МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

537(07)
Е702

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Методические указания к решению задач

Челябинск
2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Филиал в г. Златоусте
Кафедра физики № 3

537(07)
Е702

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Методические указания к решению задач

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2016

УДК 537.2(075.8) + 537.61(075.8)
Е702

Одобрено
учебно-методической комиссией филиала ЮУрГУ в г. Златоусте

Рецензент О.Н. Бочкарева

Электростатика. Электрический ток. Магнитное поле: методи-
Е702 ческие указания к решению задач / сост. В.Е. Еремяшев. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2016. – 61 с.

Пособие представляет собой сборник типовых задач и методические указания для их решения по темам «Электростатика», «Электрический ток» и «Магнитное поле», предлагаемых студентам технических направлений подготовки в качестве индивидуальных домашних заданий и заданий на контрольных работах.

УДК 537.2(075.8) + 537.61(075.8)

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие представляет собой сборник задач по второй части курса общей физики, предлагаемых для самостоятельного решения студентам технических направлений подготовки бакалавров, и содержит задачи по темам «Электростатика» «Электрический ток» и «Магнитное поле».

Пособие направлено на формирование общекультурных и профессиональных компетенций, соответствующих требованиям федеральных государственных общеобразовательных стандартов высшего профессионального образования и общим образовательным программам для направлений подготовки 140400 (13.03.02) «Электроэнергетика и электротехника», 150100 (22.03.01) «Материаловедение и технологии материалов», 150400 (22.03.02) «Металлургия», 151900 (15.03.05) «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», 220700 (15.03.04) «Автоматизация технологических процессов и производств», 231000 (09.03.04) «Программная инженерия», 261400 (29.03.04) «Технология художественной обработки материалов», 270800 (08.03.01) «Строительство».

По каждому разделу предлагается двадцать типовых задач для самостоятельного решения по вариантам. Десять разделов дополнены подробным разбором типовых задач. Общепринятые требования к оформлению задач:

- после записи номера задачи полностью переписывается ее условие;
- вводятся обозначения («Дано:», «Найти:», «Решение:», «Ответ:»);
- выполняется пояснительный рисунок, на котором должны быть отмечены *все* объекты, упоминаемые в условии и в решении задачи (в редких случаях рисунок не требуется);
- задача, как правило, решается в общем виде, т.е. выводится конечная расчетная формула, в которую входят только известные величины (в том случае, когда решение задачи громоздко, допускаются промежуточные вычисления);
- все используемые в решении задачи законы и формулы приводятся полностью, расчетные формулы подробно выводятся, после каждой математической выкладки должно быть дано исчерпывающее пояснение;
- по расчетным формулам проверяются размерности искомых величин, расчёты выполняются с той точностью, с которой заданы исходные данные (обычно две-три значащих цифры), записывается полный ответ на все вопросы задачи.

Предлагаемое пособие может также применяться при организации индивидуальных домашних контрольных работ. В этом случае используется следующее правило выбора варианта: из каждого раздела студент выбирает задачу, номер которой совпадает с порядковым номером студента в журнале группы. Задачи решаются и сдаются на проверку по мере изучения материала либо в сроки, указанные преподавателем. При составлении данного пособия автор использовал сборники задач по физике [1–3], для изучения теоретического материала студентам предлагается пользоваться учебниками по физике [4, 5].

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Электростатическое поле точечного заряда

Пример 1.1

В четырех вершинах квадрата со стороной 0,5 м находятся четыре одинаковых по модулю заряда $3 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый. Заряды Q_1 и Q_2 отрицательные, а Q_3 и Q_4 – положительные (рис. 1.1).

Найти:

1) напряженность и потенциал электрического поля системы зарядов в точке А и силу, действующую на электрон и протон в этой точке;

2) работу по перемещению протона из точки А в точку В в электростатическом поле системы зарядов.

Дано:
$Q_1 = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл
$Q_2 = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл
$Q_3 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл
$Q_4 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл
$a = 0,5$ м

E – ?; F – ?; A – ?; φ – ?

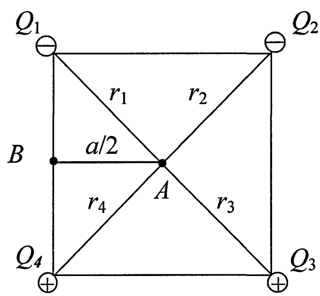


Рис. 1.1

Решение

Если электростатическое поле создано системой электрических зарядов, то результирующие напряженность и потенциал в любой точке этого поля находятся по принципу суперпозиции:

$$\vec{E}_p = \sum \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n; \tag{1.1}$$

$$\varphi_p = \sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n. \tag{1.2}$$

Найдем результирующую напряженность в точке А. В данной задаче четыре точечных заряда, следовательно,

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4. \tag{1.3}$$

Изобразим эти векторы в точке А (рис. 1.2). Напряженность поля точечного заряда находится по формуле

$$E_{T.З} = k\frac{|q|}{r^2}, \tag{1.4}$$

где k – коэффициент пропорциональности в системе СИ,

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}, \tag{1.5}$$

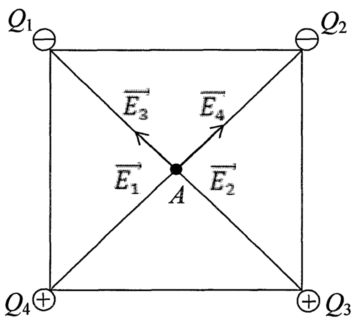


Рис. 1.2

$|q|$ – модуль заряда, создающего электрическое поле, r – расстояние от заряда до точки, в которой определяется напряженность; ε – диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon = 1$ для воздуха и вакуума, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

По условию

$$|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4|, \tag{1.6}$$

а также

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4, \tag{1.7}$$

так как заряды находятся в вершинах квадрата, а точка А – в его центре.

Из рис. 1.1 по теореме Пифагора

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}},$$

где a – сторона квадрата. Из (1.4), (1.6) и (1.7) следует, что $\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = \left|\vec{E}_3\right| = \left|\vec{E}_4\right|$ – модули векторов напряженности. Найдем геометрическую сумму векторов (рис. 1.3):

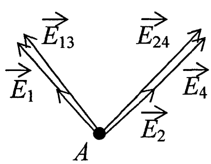


Рис. 1.3

$$\vec{E}_{13} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3; \tag{1.8}$$
$$\vec{E}_{24} = \vec{E}_2 + \vec{E}_4.$$

Векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ и $\vec{E}_4$ попарно со направлены, отсюда скалярный вид данных выражений:

$$\left.\begin{aligned} E_{13} &= E_1 + E_3 = 2E_1 \\ E_{24} &= E_2 + E_4 = 2E_2 \end{aligned}\right] \rightarrow E_{13} = E_{24} = 2E_1. \tag{1.9}$$

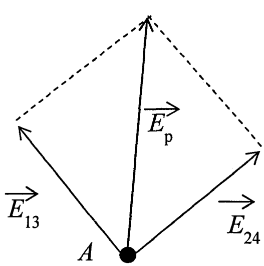


Рис. 1.4

Результирующий вектор напряженности в точке А: $\vec{E}_p = \vec{E}_{13} + \vec{E}_{24}$ (рис. 1.4).

Модуль вектора $\vec{E}_p$ найдем по теореме Пифагора, так как $\vec{E}_{13}$ перпендикулярен $\vec{E}_{24}$ (эти векторы направлены по диагоналям квадрата),

$$E_p = \sqrt{E_{13}^2 + E_{24}^2} = E_{13}\sqrt{2}. \tag{1.10}$$

С учетом (1.9)

$$E_p = 2\sqrt{2}E_1, \tag{1.11}$$

с учетом (1.4) и (1.8) модуль результирующего вектора напряженности в точке А

$$E_p = 2\sqrt{2}\frac{1|q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{2\sqrt{2}\cdot 1|q_1|2}{a^2 4\pi\varepsilon_0} = \sqrt{2}\frac{|q_1|}{\pi\varepsilon_0 a^2},$$

$$E_p = \sqrt{2}\frac{3\cdot 10^{-9}}{3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}5^2} = 611\,\frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Найдем результирующий потенциал в точке А:

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4. \tag{1.12}$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi_{T.З} = k\frac{q}{r}. \tag{1.13}$$

Тогда результирующий потенциал А с учетом (1.8) и (1.13)

$$\varphi_p = k\frac{q_1}{r} + k\frac{q_2}{r} + k\frac{q_3}{r} + k\frac{q_4}{r} = 0, \tag{1.14}$$

так как $\varphi_1 = \varphi_2 < 0$, а $\varphi_3 = \varphi_4 > 0$.

Найдем силу, действующую на протон и электрон в точке А:

$$F_{эл} = Eq. \tag{1.15}$$

Это электрическая сила, действующая со стороны электростатического поля на заряд, помещенный в это поле.

Тогда сила, действующая на протон,

$$F_n = E_p\, q_n, \tag{1.16}$$

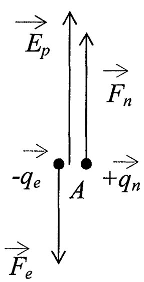


Рис. 1.5

сила, действующая на электрон,

$$F_e = E_p\, q_e, \tag{1.17}$$

$|q_n| = |q_e|$, но $q_n > 0$, а $q_e < 0 \rightarrow |\vec{F}_p| = |\vec{F}_e|$,

но направление сил противоположно друг другу (рис. 1.5):

$$|F_p| = |F_e| = 611\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} \approx 978\cdot 10^{-19}\ \text{Н}.$$

Найдем работу по перемещению протона из точки А в точку В:

$$A = -q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{1.18}$$

Для нашей задачи

$$A = -q_n(\varphi_A - \varphi_B). \tag{1.19}$$

Результирующий потенциал в точке А найден и равен 0.

Найдем результирующий потенциал в точке В:

$$\varphi_B = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$$

– по признаку суперпозиции.

Из рис. 1.1

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= \frac{a}{2} \\ r_4 &= \frac{a}{2} \end{aligned}\right] \rightarrow \varphi_1 + \varphi_4 = 0;$$

$$Q_4 = -Q_1.$$

Из рис. 1.6

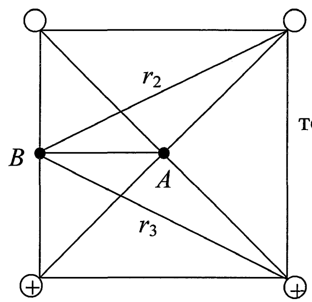


Рис. 1.6

$$\left.\begin{aligned} r_2 &= r_3 \\ Q_4 &= -Q_1. \end{aligned}\right\} \to \varphi_2 + \varphi_3 = 0.$$

Таким образом результирующий потенциал в точке В

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0.$$

Следовательно $A = q_n\,(\varphi_A + \varphi_B) = 0$.

Ответ: $E_p = 611$ В/м;
$\varphi_p = 0$; $|F_n| = |E_e| = 978\ 10^{-19}$ Н; $A = 0$.

Пример 1.2

В четырех вершинах правильного шестиугольника со стороной 0,5 м находятся четыре точечных электрических заряда $Q_1 = -20$ мкКл, $Q_2 = 10$ мкКл, $Q_3 = 10$ мкКл, $Q_4 = -10$ мкКл (рис. 1.7).

Найти:

1) напряженность и потенциал электрического поля системы зарядов в точке А и силу, действующую на электрон и протон в этой точке;

2) работу по перемещению протона из точки А в точку В в электростатическом поле системы зарядов.

Дано:
$Q_1 = -2\cdot10^{-5}$ Кл
$Q_2 = 10^{-5}$ Кл
$Q_3 = 10^{-5}$ Кл
$Q_4 = -10^{-5}$ Кл
$a = 0{,}5$ м

E – ?; F – ?;
A – ?; φ_p – ?

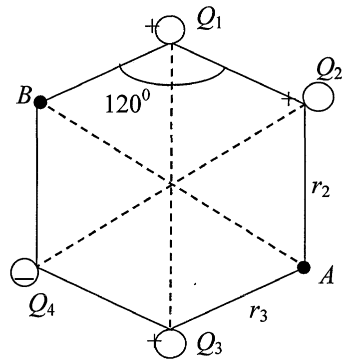


Рис. 1.7

Решение

Если электростатическое поле создано системой электрических зарядов, то результирующие напряженность и потенциал в любой точке этого поля находятся по принципу суперпозиции:

$$\vec{E}_p = \sum \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n;$$

$$\varphi_p = \sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n.$$

Найдем результирующую напряженность в точке А. В данной задаче четыре точечных заряда, следовательно,

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4.$$

Напряженность поля точечного заряда находится по формуле

$$E_{T.З} = k\frac{|q|}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности в системе СИ,

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0},$$

$|q|$ – модуль заряда, создающего электрическое поле, r – расстояние от заряда до точки, в которой определяется напряженность; ε – диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon = 1$ для воздуха и вакуума, $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

По условию:

$$\left.\begin{matrix} q_2 = q_3 \\ r_2 = r_3 = a \end{matrix}\right\} \rightarrow E_2 = E_3 = k\frac{|q_3|}{a^2}. \qquad (1.20)$$

По теореме косинусов из рис. 1.8 расстояние от Q_1 до точки A

$$r_1 = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2\cos 120^\circ} = a\sqrt{3}, \qquad (1.21)$$

расстояние от Q_4 до точки A

$$r_4 = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2\cos 120^\circ} = a\sqrt{3} = r_1. \qquad (1.22)$$

Тогда

$$E_1 = k\frac{1|q_1|}{12\pi\varepsilon_0 a^2}; \qquad (1.23)$$

$$E_4 = k\frac{1|q_4|}{12\pi\varepsilon_0 a^2}; \qquad (1.24)$$

Из условия и выражений (1.20), (1.23) и (1.24) видно, что в отличии от примера 1, в данной задаче для нахождения результирующей напряженности в точке A удобнее применить метод проекций векторов на оси координат. Изобразим эти векторы напряженности (см. рис. 1.8):

$$E_2 = E_3 = 1{,}5\ E_1 = 3\ E_4. \qquad (1.25)$$

Найдем проекции всех векторов на оси Оу и Ох (рис. 1.9).

С учетом (1.20) и (1.26) проекция на ось Оу

$$E_{p_y} = E_1\cos 30^\circ + E_3\cos 60^\circ - E_2 + 0 =$$

$$= \frac{E_3\cdot 0{,}87}{1{,}5} + \frac{E_3}{2} - E_3 = 8\cdot10^{-2}E_3 = \frac{8\cdot10^{-2}|q_3|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}, \qquad (1.26)$$

на ось Ох: $$E_{p_x} = -E_1\cos 60^\circ + E_3\cos 30^\circ - E_2 + 0 - E_4 =$$

$$= \frac{E_3}{3} + E_3\cdot 0{,}87 - \frac{E_3}{3} = 0{,}2E_3 = \frac{0{,}2|q_3|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}. \qquad (1.27)$$

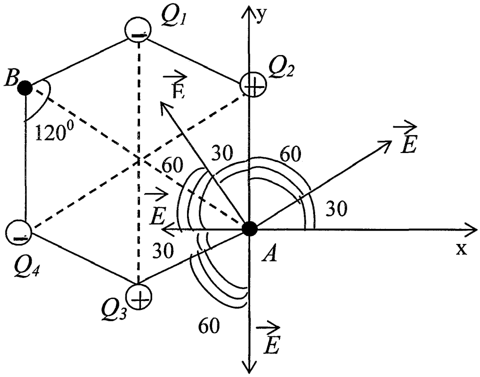


Рис. 1.8

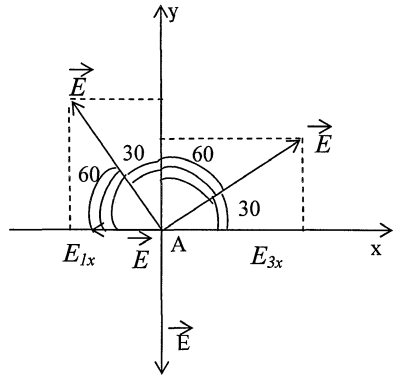


Рис. 1.9

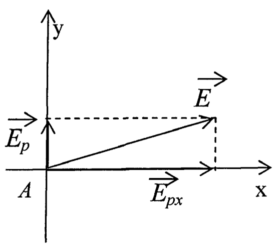


Рис. 1.10

Модуль вектора результирующей напряженности найдем с помощью рис. 1.10 и теоремы Пифагора:

$$E_p = \sqrt{E_{p_y}^2 + E_{p_x}^2}. \tag{1.28}$$

Подставим (1.26) и (1.27) в (1.28), модуль вектора результирующей напряженности в точке А

$$E_p = \sqrt{\frac{64 \cdot 10^{-4} q_{13}^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 a^4} + \frac{4 \cdot 10^{-2} q_{13}^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 a^4}} = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\sqrt{64 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-2}} = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\sqrt{4{,}64 \cdot 10^{-2}}, \tag{1.29}$$

$$E_p = \frac{10^{-5}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}5^2}\sqrt{4{,}64 \cdot 10^{-2}} = 77{,}5 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Найдем результирующий потенциал в точке А:

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4. \tag{1.30}$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi_{T.З} = k\frac{q}{r},$$

$$\left.\begin{aligned} Q_2 &= Q_3 \\ r_2 &= r_3 \end{aligned}\right\} \rightarrow \varphi_2 = \varphi_3,$$

тогда результирующий потенциал в точке А

$$\varphi_{pA} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_3} + \frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_4} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{3}} + \frac{2q_2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{q_1}{\sqrt{3}} + 2q_2 + \frac{q_4}{\sqrt{3}}\right),$$

$$\varphi_{pA} = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}5}\left(-\frac{2\cdot 10^{-5}}{\sqrt{3}} + 2\cdot 10^{-5} - \frac{10^{-5}}{\sqrt{3}}\right) = 48{,}2\cdot 10^{3} \text{ В}.$$

Найдем электрическую силу, действующую со стороны электростатического поля на заряд, помещенный в это поле в точке А:

$$F_{эл} = E\, q, \tag{1.31}$$

тогда сила, действующая на протон,

$$F_n = E_p\, q_n, \tag{1.32}$$

сила, действующая на электрон,

$$F_e = E_p\, q_e, \tag{1.33}$$

$|q_n| = |q_e|$, но $q_n > 0$, а $q_e < 0 \rightarrow \left|\vec{F}_p\right| = \left|\vec{F}_e\right|$, но направление сил противоположно друг другу (рис. 1.11):

$$|F_p| = |F_e| = 77{,}5\cdot 10^3 \cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} = 124\cdot 10^{-16} \text{ Н}.$$

Найдем работу по перемещению протона из точки А в точку В:

$$A = -q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Для нашей задачи

$$A = -q_n(\varphi_A - \varphi_B).$$

Результирующий потенциал в точке А найден. Найдем результирующий потенциал в точке В:

$$\varphi_B = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 \text{ – по признаку суперпозиции.}$$

Из рис. 1.12 видно: $r_1 = a$; $r_2 = a\sqrt{3}$; $r_3 = a\sqrt{3}$; $r_4 = a$.

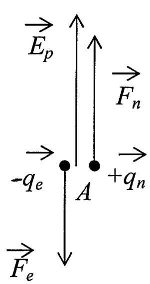


Рис. 1.11

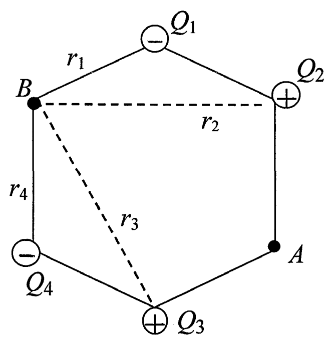


Рис. 1.12

Тогда результирующий потенциал в точке В:

$$\varphi_{pB} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{3}} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{3}} + \frac{q_4}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(q_1 + \frac{2q_2}{\sqrt{3}} + q_4\right),$$

$$\varphi_{pB} = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}5}\left(-2\cdot 10^{-5} + \frac{2\cdot 10^{-5}}{\sqrt{3}} - 10^{-5}\right) = -333\cdot 10^{3}\ \text{В}.$$

$$A = 1{,}6\cdot 10^{-19}(48{,}2\cdot 10^{3} - (-333\cdot 10^{3})) = 610\cdot 10^{-16}\ \text{Дж}.$$

Ответ: E_p = 77,5·10³ В/м; φ_p = 48,2·10³ В; $|F_n| = |E_e|$ = 124 10⁻¹⁶ Н; $A = 610\cdot 10^{-16}$ Дж.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1. Найти напряжённость и потенциал электростатического поля системы зарядов в точке *А* и силу, действующую на электрон и протон в этой точке.

Задание 2. Найти работу по перемещению протона из точки *А* в точку *В* в электростатическом поле системы зарядов.

Конфигурации системы зарядов для вариантов представлены на рис. 1.13–1.32. Исходные данные указаны в табл. 1.

Таблица 1

№ вар.	№ рис.	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	a, м	b, м	c, м
1	1.13	+2 нКл	+6 нКл	–5 нКл	–	–	–	0,1	–	–
2	1.14	+20 мкКл	+20 мкКл	–20 мкКл	–20 мкКл	–	–	0,3	–	–
3	1.15	+10 нКл	–10 нКл	+30 нКл	–20 нКл	–	–	0,5	–	–
4	1.16	+10 нКл	–20 нКл	–20 нКл	+10 нКл	–	–	0,2	–	–
5	1.17	+20 нКл	+10 нКл	+20 нКл	–	–	–	0,15	–	–
6	1.18	–15 мкКл	–15 мкКл	–15 мкКл	–	–	–	0,2	–	–
7	1.19	+25 нКл	–35 нКл	–	–	–	–	0,3	–	–
8	1.20	+20 мкКл	–10 мкКл	+15 мкКл	–	–	–	0,3	–	–
9	1.21	+15 нКл	–30 нКл	–15 нКл	–15 нКл	+30 нКл	+15 нКл	0,4	–	–
10	1.22	+20 мкКл	–10 мкКл	–10 мкКл	+10 мкКл	–	–	0,3	–	–
11	1.23	+20 мкКл	–20 мкКл	–15 мкКл	+10 мкКл	–	–	0,2	–	–
12	1.24	+15 нКл	+30 нКл	–15 нКл	–30 нКл	+15 нКл	–30 нКл	0,2	–	–
13	1.25	+15 нКл	+15 нКл	–30 нКл	–30 нКл	–	–	0,6	0,4	–
14	1.26	–30 нКл	–30 нКл	+10 нКл	+10 нКл	–	–	0,6	0,4	–
15	1.27	+20 мкКл	–20 мкКл	–10 мкКл	+10 мкКл	–	–	0,6	0,4	–
16	1.28	+20 мкКл	+30 мкКл	–20 мкКл	–	–	–	0,6	0,3	–
17	1.29	–40 СГСq	+20 СГСq	–	–	–	–	0,6	0,4	–
18	1.30	+50 СГСq	–10 СГСq	–	–	–	–	0,3	0,4	0,5
19	1.31	–20 СГСq	+30 СГСq	–	–	–	–	0,3	0,4	0,5
20	1.32	–30 СГСq	–10 СГСq	–	–	–	–	0,3	0,4	0,5

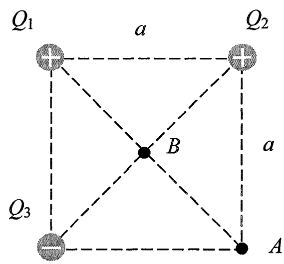


Рис. 1.13

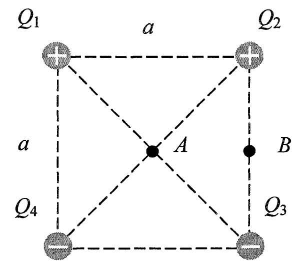


Рис. 1.14

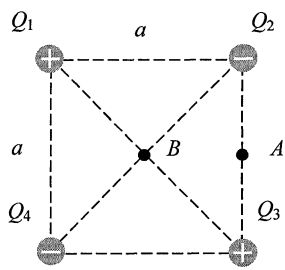


Рис. 1.15

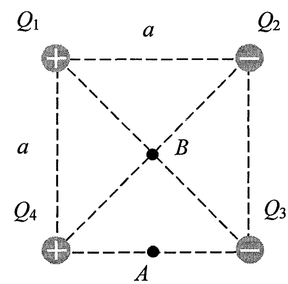


Рис. 1.16

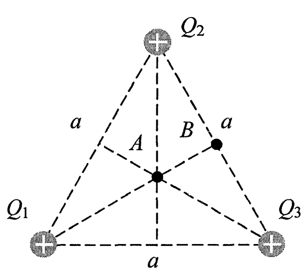


Рис. 1.17

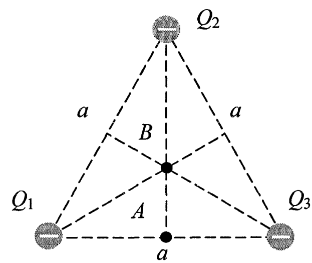


Рис. 1.18

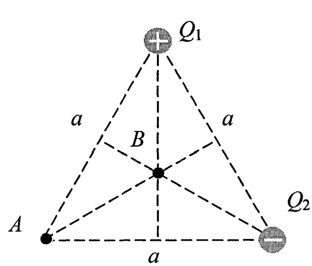


Рис. 1.19

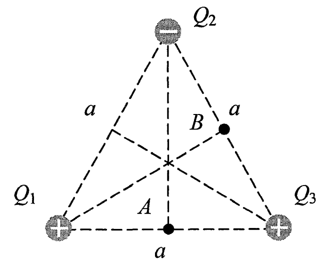


Рис. 1.20

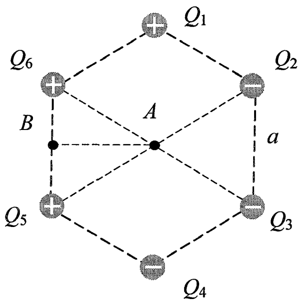


Рис. 1.21

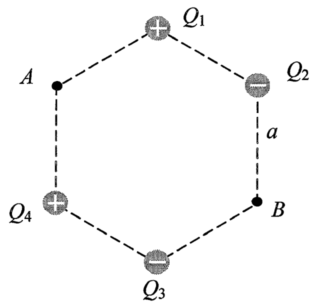


Рис. 1.22

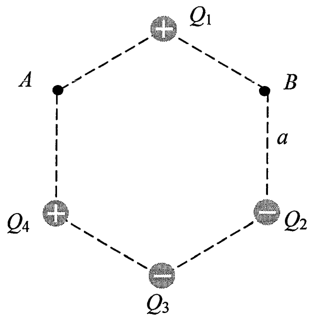


Рис. 1.23

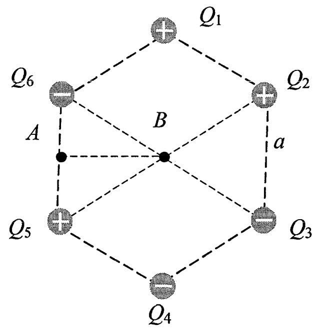


Рис. 1.24

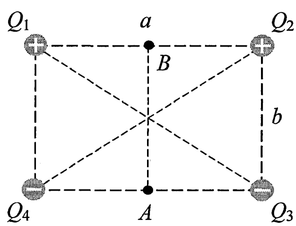


Рис. 1.25

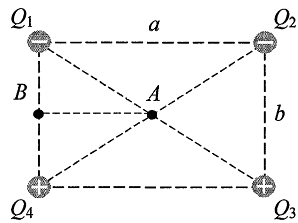


Рис. 1.26

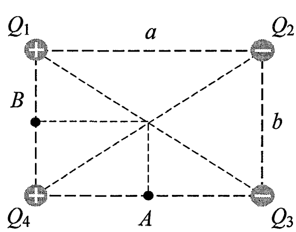


Рис. 1.27

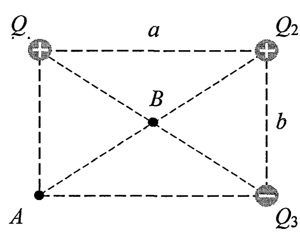


Рис. 1.28

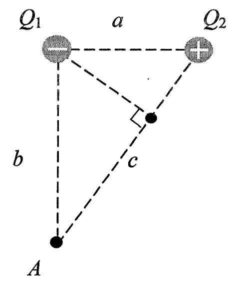


Рис. 1.29

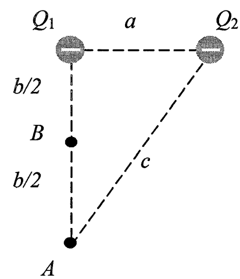


Рис. 1.30

2. Электростатическое поле неточечного заряда. Теорема Остроградского – Гаусса

Пример 2.1

Металлическая сфера радиусом 2 см несёт на себе заряд $1{,}5\cdot10^{-8}$ Кл. Сфера окружена концентрической металлической оболочкой радиусом 4 см, заряд которой равен $-2\cdot10^{-8}$ Кл (рис. 2.1).

Найти:

1) напряжённость и потенциал поля на расстояниях 1 см, 3 см и 5 см от центра сферы;

2) работу по перемещению заряда q_0 = 1 нКл из точки А в точку В в электростатическом поле заряженных тел.

Дано:
$R_1 = 2\cdot10^{-2}$ м
$q_1 = 1.5\cdot10^{-8}$ Кл
$R_2 = 4\cdot10^{-2}$ м
$q_2 = 2\cdot10^{-8}$ Кл
$r_A = 1\cdot10^{-2}$ м
$r_B = 3\cdot10^{-2}$ м
$r_C = 5\cdot10^{-2}$ м

$\vec{E}_p$ – ?; φ_p – ? A – ?

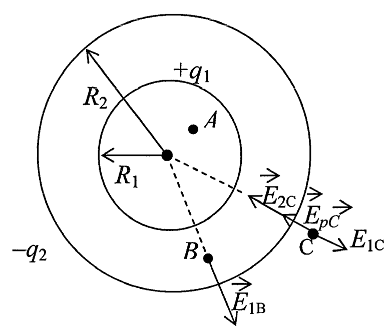


Рис. 2.1

Решение

Результирующую напряжённость найдём по принципу суперпозиции:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n. \qquad (2.1)$$

Тогда, в данной задаче результирующая напряжённость равна геометрической сумме напряжённостей полей двух сфер:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (2.2)$$

Напряженность поля заряженной сферы находится по формуле

$$\vec{E}_{сф} = k\frac{|q_{сф}|}{r^2}, \quad (2.3)$$

где r – расстояние от центра сферы до той точки, где определяется напряженность.

В точке А

$$\vec{E}_{pA} = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} = 0, \quad (2.4)$$

так как точка А лежит внутри обеих сфер, а внутри проводника $E = 0$.

В точке В

$$\vec{E}_{pB} = \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B} = \vec{E}_{1B} + 0 = \vec{E}_{1B}, \quad (2.5)$$

так как точка находится вне первой, но внутри второй сферы.

Результирующая напряженность в точке В

$$\vec{E}_{pB} = k\frac{|q_1|}{r_B^2}, \quad (2.6)$$

$$E_{pB} = \frac{9\cdot10^9\left|1{,}5\cdot10^{-8}\right|}{\left(4\cdot10^{-2}\right)^2} = 84{,}4\cdot10^3\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

В точке С

$$\vec{E}_{pC} = \vec{E}_{1C} + \vec{E}_{2C}. \quad (2.7)$$

Из рисунка видно, что результирующая напряженность в точке С

$$\vec{E}_{pC} = \vec{E}_{1C} + \vec{E}_{2C} = k\frac{|q_1|}{r_C^2} - k\frac{|q_2|}{r_C^2} = \frac{k}{r_C^2}\left(|q_1| - |q_2|\right). \quad (2.8)$$

$$E_{pC} = \frac{9\cdot10^9}{\left(5\cdot10^{-2}\right)^2}\left(\left|-2\cdot10^{-8}\right| - \left|1{,}5\cdot10^{-8}\right|\right) = 18\cdot10^3\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Результирующий потенциал найдём по принципу суперпозиции:

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n. \quad (2.9)$$

Связь напряженности и разности потенциалов:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \rightarrow d\varphi = -Edr. \quad (2.10)$$

Потенциал поля заряженной сферы находится по формуле

$$\varphi_{сф} = -\frac{q_{сф}}{4\pi\varepsilon_0 r}. \quad (2.11)$$

Проинтегрируем обе части

$$\int_0^{\varphi} d\varphi_{сф} = \int_{\infty}^{r} -\frac{q_{сф}}{4\pi\varepsilon_0 r}dr, \quad (2.12)$$

где r – расстояние от центра сферы до той точки, где определяется потенциал, причём в проводнике $\varphi_{\text{внутри}} = \varphi_{\text{на поверхности}}$.

Результирующий потенциал в точке А

$$\varphi_{pA} = \varphi_{1A} + \varphi_{2A} = k\frac{q_1}{R_1} + k\frac{q_2}{R_2} = k\left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2}\right), \qquad (2.13)$$

$$\varphi_{pA} = 9\cdot 10^9\left(\frac{1{,}5\cdot 10^{-8}}{2\cdot 10^{-2}} + \frac{-2\cdot 10^{-8}}{4\cdot 10^{-2}}\right) = 2{,}25\cdot 10^3 \text{ В.}$$

Результирующий потенциал в точке В

$$\varphi_{pB} = \varphi_{1B} + \varphi_{2B} = k\frac{q_1}{r_B} + k\frac{q_2}{R_2} = k\left(\frac{q_1}{r_B} + \frac{q_2}{R_2}\right), \qquad (2.14)$$

$$\varphi_{pB} = 9\cdot 10^9\left(\frac{1{,}5\cdot 10^{-8}}{3\cdot 10^{-2}} + \frac{-2\cdot 10^{-8}}{4\cdot 10^{-2}}\right) = 0 \text{ В.}$$

Результирующий потенциал в точке С

$$\varphi_{pC} = \varphi_{1C} + \varphi_{2C} = k\frac{q_1}{r_C} + k\frac{q_2}{r_C} = \frac{k}{r_C}(q_1 + q_2), \qquad (2.15)$$

$$\varphi_{pC} = \frac{9\cdot 10^9}{5\cdot 10^{-2}}\left(1{,}5\cdot 10^{-8} + (-2\cdot 10^{-8})\right) = -900 \text{ В.}$$

Найдём работу по перемещению заряда q_0=1 нКл из точки А в точку В:

$$A = -q_0\,\Delta\varphi = -q_0\,(\varphi_{pA} - \varphi_{pB}),$$

$$A = -1\cdot 10^{-9}(2{,}25\cdot 10^3 - 0) = 2{,}25\cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Ответ: 0; $84{,}4\cdot 10^3$ В/м; $18\cdot 10^3$ В/м; $2{,}25\cdot 10^3$ В; 0 В; –900 В; $2{,}25\cdot 10^{-6}$ Дж.

Пример 2.2

Условие

Электрическое поле создано однозначно заряженными плоскостью и нитью. Поверхностная плотность заряда на плоскости –5нКл/м^2, линейная плотность заряда на нити –10 нКл/м. Расстояние r = 0,1 м.

Найти:

1) напряжённость электростатического поля заряженных тел в точках А и В.

2) разность потенциалов между точками А и В в электростатическом поле заряженных тел.

3) работу по перемещению заряда q_0 = 1 нКл из точки А в точку В в электростатическом поле заряженных тел.

Дано:

r = 0,1 м
τ = –10 нКл/м = $10\cdot 10^{-9}$ Кл/м
σ = –5 нКл/м^2 = $5\cdot 10^{-9}$ Кл/м^2

E_p – ? $\Delta\varphi$ – ? A – ?

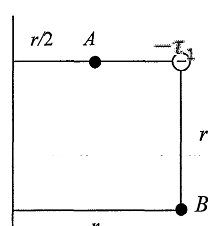


Рис. 2.2

Решение

В данной задаче электростатическое поле создаётся заряженными плоскостью и нитью, следовательно, вектор результирующий напряжённости

$$\vec{E}_р = \vec{E}_{пл} + \vec{E}_н, \tag{2.16}$$

где $E_{пл}$ – напряжённость поля заряженной плоскости и $E_н$ – напряжённость поля заряженной нити находятся по теореме Остроградского – Гаусса:

$$E_{пл} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}; \tag{2.17}$$

$$E_н = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}. \tag{2.18}$$

Для воздуха $\varepsilon = 1$. Изобразим векторы напряжённости в точках A и B (рис. 2.3).

На рис. 2.4 изобразим вектор результирующей напряжённости в точках A и B.

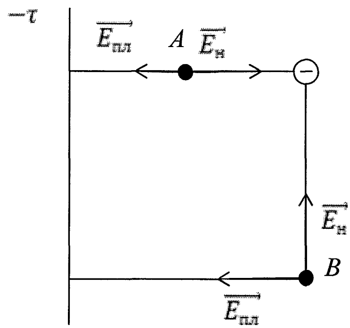


Рис. 2.3

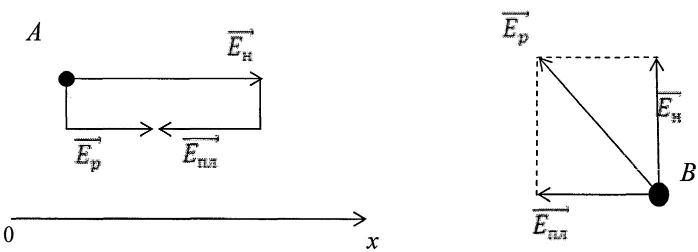


Рис. 2.4

Результирующую напряжённость в точке A найдём с помощью проекций на ось Ox:

$$E_р = E_н - E_{пл} \tag{2.19}$$

и с учётом (2.17) и (2.18) получим

$$E_р = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \frac{r}{2}} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}; \tag{2.20}$$

Тогда

$$E_р = \frac{10\cdot 10^{-9}}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}05} - \frac{5\cdot 10^{-9}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = 3317\,\frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Результирующую напряжённость в точке В найдём по теореме Пифагора (см. рис. 2.4):

$$E_p = \sqrt{E_н^2 + E_{пл}^2}. \qquad (2.21)$$

С учётом (2.17) и (2.18) получим

$$E_p = \sqrt{\left(\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \frac{r}{2}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2} \;. \qquad (2.22)$$

Тогда $\quad E_p = \sqrt{\left(\frac{10\cdot 10^{-9}}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}1}\right)^2 + \left(\frac{5\cdot 10^{-9}}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\right)^2} = 1821\,\frac{\text{В}}{\text{м}}.$

Найдём разность потенциалов между точками А и В. В отличии от предыдущего примера потенциал в точках А и В найти не просто из-за сложности интегрирования. Поэтому будем находить сразу разность потенциалов как сумму разностей потенциалов между точками А и В в поле плоскости и в поле нити:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{пл} + \Delta\varphi_н. \qquad (2.23)$$

По формуле связи напряжённости и разности потенциалов:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \rightarrow d\varphi = -Edr.$$

Проинтегрируем две части:

$$\int_{\varphi A}^{\varphi B} d\varphi = -\int Edr;$$

$$\varphi_A \cdot \varphi_B = \int Edr.$$

Для плоскости

$$\Delta\varphi_{пл} = \int E_{пл} dr = \int_{\frac{r}{2}}^{r} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dr = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(r - \frac{r}{2}\right) = \frac{\sigma r}{4\varepsilon_0}. \qquad (2.24)$$

Для нити

$$\Delta\varphi_н = \int E_н dr = \int_{\frac{r}{2}}^{r} \frac{\tau}{2\pi\kappa\varepsilon_0} dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r}{\frac{r}{2}} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2. \qquad (2.25)$$

Пределы интегрирования в (2.22) и (2.23) выбираются с помощью рис. 2.2.

Таким образом разность потенциалов между точками А и В найдём подставив (2.22) и (2.23) в (2.21):

$$\Delta\varphi = \frac{\tau\sigma}{4\varepsilon_0} + \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2, \qquad (2.26)$$

$$\Delta\varphi = \frac{-5\cdot 10^{-9}\cdot 0{,}1}{4\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} + \frac{-10\cdot 10^{-9}\ln 2}{2\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}} = -139 \text{ В}.$$

Найдём работу по перемещению заряда q_0=1 нКл из точки А в точку В:

$$A = -q\Delta\varphi, \tag{2.27}$$

$$A = -1 \cdot 10^{-9}(-139) = 139 \cdot 10^{-9} \text{ Дж.}$$

Ответ: 1821 В/м; –139 В; $139 \cdot 10^{-9}$ Дж.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1. Найти напряжённость электростатического поля заряженных тел в точках A и B.

Задание 2. Найти разность потенциалов между точками A и B в электростатическом поле заряженных тел.

Задание 3. Найти работу по перемещению заряда q_0 = 1 нКл из точки A в точку B в электростатическом поле заряженных тел.

Конфигурации системы зарядов для вариантов 1–20 представлены на рис. 2.5–2.24. Исходные данные вариантов указаны в табл. 2.

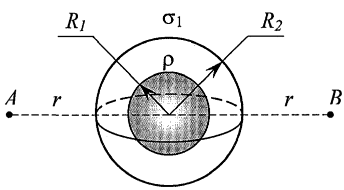


Рис. 2.5. Заряженные шар и сфера

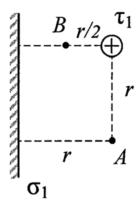


Рис. 2.6. Заряженные плоскость и нить

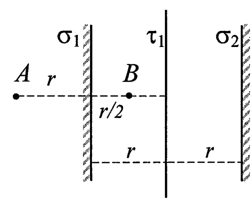


Рис. 2.7. Две заряженные плоскости и нить

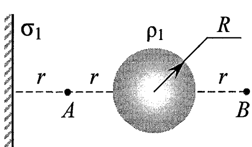


Рис. 2.8. Заряженные шар и плоскость

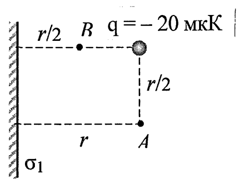


Рис. 2.9. Заряженная плоскость и точечный заряд

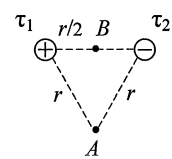


Рис. 2.10. Две заряженные нити

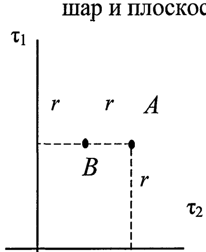


Рис. 2.11. Две заряженные нити

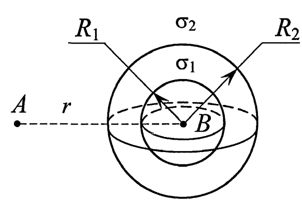


Рис. 2.12. Две заряженные сферы

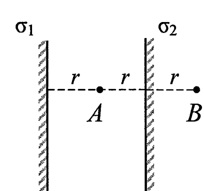


Рис. 2.13. Две заряженные плоскости

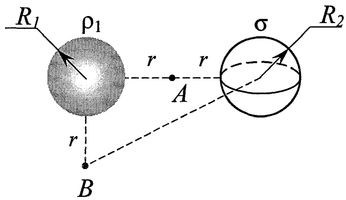


Рис. 2.14. Заряженные шар и сфера

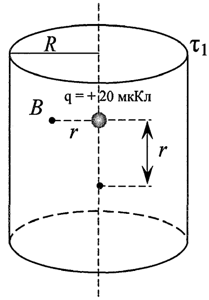


Рис. 2.15. Заряженный цилиндр и точечный заряд

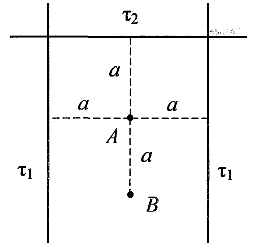


Рис. 2.16. Три заряженные нити

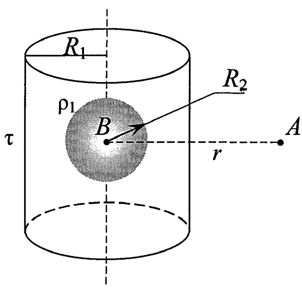


Рис. 2.17. Заряженные шар и цилиндр

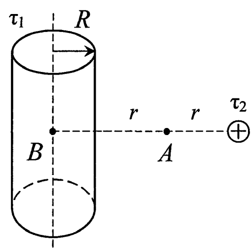


Рис. 2.18. Заряженный цилиндр и нить

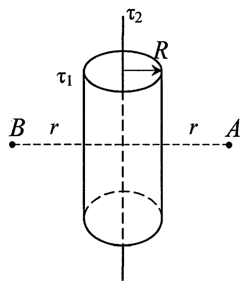


Рис. 2.19. Заряженный цилиндр и нить

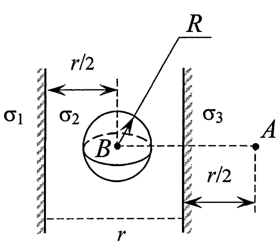


Рис. 2.20. Две заряженные плоскости и сфера

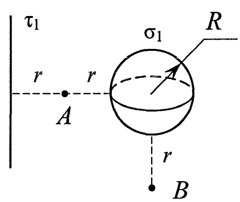


Рис. 2.21. Заряженные нить и сфера

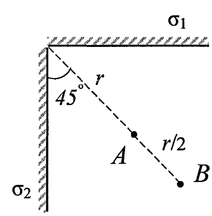


Рис. 2.22. Две заряженные плоскости

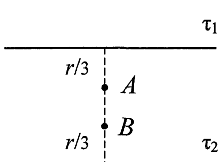


Рис. 2.23. Две заряженные нити

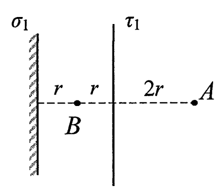


Рис. 2.24. Заряженные плоскость и нить

Таблица 2

№ вар.	№ рис.	r, м	R_1, м	R_2, м	τ_1, нКл/м	τ_2, нКл/м	σ_1, нКл/м^2	σ_2, нКл/м^2	σ_3, нКл/м^2	ρ_1, нКл/м^3
1	2.5	0,6	0,1	0,3	–	–	2	–	–	5
2	2.6	0,2	–	–	10	–	5	–	–	–
3	2.7	0,2	–	–	20	–	–20	10	–	–
4	2.8	0,2	0.1	–	–	–	5	–	–	10
5	2.9	0,6	–	–	–	–	10	–	–	–
6	2.10	0,4	–	–	30	30	–	–	–	–
7	2.11	0,4	0,2	0,2	–	–	15	–	–	50
8	2.12	0,2	0,2	–	20	–	–	–	–	–
9	2.13	0,2	–	–	–	–	20	30	–	–
10	2.14	0,4	–	–	50	50	–	–	–	–
11	2.15	0,6	0,4	0,2	20	–	–	–	–	10
12	2.16	0,5	–	–	–	–	50	–20	–	–
13	2.17	0,6	0,1	0,3	–	–	2	4	–	–
14	2.18	0,2	–	–	1	–	4	–	–	–
15	2.19	0,6	0,3	–	20	20	–	–	–	–
16	2.20	0,4	0,2	–	–	–	20	30	–20	–
17	2.21	0,2	0,2	–	15	–	10	–	–	–
18	2.22	0,2	0,3	–	10	30	–	–	–	–
19	2.23	0,6	–	–	10	60	–	–	–	–
20	2.24	0,3	–	–	20	20	–	–	–	–

3. Ёмкость уединённого проводника и конденсатора

Пример 3.1

Найдите ёмкость системы одинаковых конденсаторов, включенных между точками A и B, как показано на рис. 3.1. Конденсаторы цилиндрические, причём внешние цилиндры изготовлены из пластины с размерами 20×100 мм, а внутренние – из пластины с размерами 20×80 мм. В качестве диэлектрика находится масло.

Дано:
$C_1 = C_2 = \ldots = C_5 = C$
$a_1 = a_2 = 20$ мм $= 20 \cdot 10^{-3}$ м
$b_1 = 80$ мм $= 80 \cdot 10^{-3}$ м
$b_2 = 100$ мм $= 100 \cdot 10^{-3}$ м

$C_{общ}$ – ?

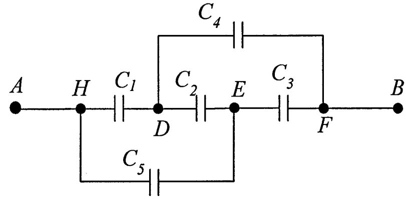


Рис. 3.1

Решение

Решим эту задачу методом равных потенциалов. Конденсатор C_2 подключен к точкам D и E, потенциалы которых одинаковы в силу симметрии. Следовательно, разность потенциалов между точками D и E равна нулю, а значит, и заряд конденсатора C_2 равен нулю и между этими точками получается «разрыв» цепи. Таким образом, данную в условии задачи схему можно преобразовать в эквивалентную (рис. 3.2).

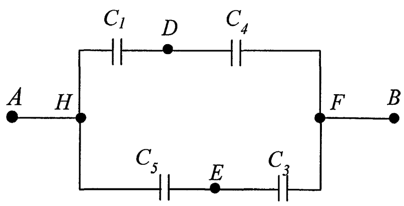


Рис. 3.2

По полученной эквивалентной схеме видно, что конденсаторы C_1 и C_4, C_5 и C_3 соединены между собой последовательно. А конденсаторы общей ёмкостью C_{14} и C_{53} соединены между собой параллельно. Тогда общая ёмкость последовательно соединённых конденсаторов C_1 и C_4

$$C_{14} = \frac{C_1 \cdot C_4}{C_1 + C_4} = \frac{C^2}{2C} = \frac{C}{2}; \tag{3.1}$$

общая ёмкость последовательно соединённых конденсаторов C_5 и C_3

$$C_{53} = \frac{C_5 \cdot C_3}{C_5 + C_3} = \frac{C^2}{2C} = \frac{C}{2}; \tag{3.2}$$

общая ёмкость параллельно соединённых конденсаторов C_{14} и C_{53}

$$C_{общ} = C_{14} + C_{53} \tag{3.3}$$

и конечное выражение для C

$$C_{общ} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C. \tag{3.4}$$

Найдём ёмкость цилиндрического конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{3.5}$$

Разность потенциалов между обкладками

$$U = \int E_н dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\tau dr}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} = \frac{r}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1} = \frac{q \ln\frac{R_2}{R_1}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}. \tag{3.6}$$

Емкость цилиндрического конденсатора,

$$C = \frac{q 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{q \ln\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}, \tag{3.7}$$

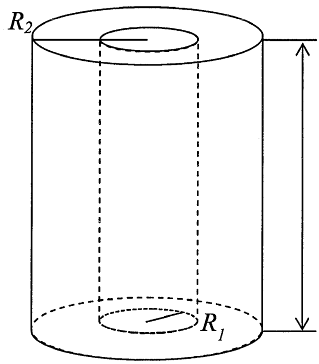
где l – длина конденсатора, R_1 и R_2 – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров (рис. 3.3).

Радиусы цилиндров и длину конденсатора найдём из условия по размеру пластин (рис. 3.4):

$$a = l; \tag{3.8}$$

$$b = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{b}{2\pi} \Rightarrow R_1 = \frac{b_1}{2\pi}; \tag{3.9}$$

$$R_2 = \frac{b_2}{2\pi}. \tag{3.10}$$



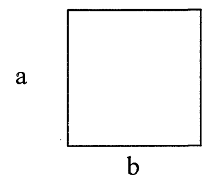


Рис. 3.4

Рис. 3.3

Подставим (3.8), (3.9) и (3.10) в (3.7) и (3.4) и получим конечное выражение для ёмкости системы конденсаторов:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 q}{\ln\frac{b_2 2\pi}{2\pi b_1}} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 q}{\ln\frac{b_2}{b_1}}, \tag{3.11}$$

$$C = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 5\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 20\cdot 10^{-3}}{\ln\frac{100\cdot 10^{-3}}{80\cdot 10^{-3}}} = 24{,}9\cdot 10^{-12}\ \text{Ф}.$$

Ответ: $24{,}9\cdot 10^{-12}$ Ф.

Пример 3.2

Плоский воздушный конденсатор зарядили до разности потенциалов U_1. Как изменится заряд, ёмкость, разность потенциалов, напряжённость и энергия электрического поля внутри конденсатора, при увеличении расстояния между пластинами в 2 раза? Пластины раздвигали, не отключая конденсатор от источника питания.

Дано:	*Решение*
$d_2 = 2\ d_1$ $\varepsilon = 1$	Изменение геометрических параметров или диэлектрика между обкладками приводит к изменению ёмкости конденсатора. Причём, если эти изменения производят, не отключая конденсатор от источника, то неизменным остаётся напряжение между обкладками. А если, отключая, то неизменным остаётся заряд конденсатора.
$\frac{q_1}{q_2}$ – ? $\frac{C_1}{C_2}$ – ? $\frac{E_1}{E_2}$ – ? $\frac{W_1}{W_2}$ – ?	В данной задаче по условию конденсатор не отключается от источника, следовательно, напряжение не изменится:

$$U_1 = U_2. \tag{3.12}$$

Ёмкость плоского конденсатора находится по формуле

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \tag{3.13}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками, S – площадь одной обкладки, d – расстояние между обкладками.

Тогда емкости конденсатора до и после раздвижения пластин:

$$C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_1}, \tag{3.14}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_2}, \tag{3.15}$$

Разделим (3.14) на (3.15):

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S d_2}{\varepsilon\varepsilon_0 S d_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{2d_1}{d_1} = 2 \Rightarrow C_2 = \frac{C_1}{2}, \tag{3.16}$$

ёмкость конденсатора уменьшится в 2 раза.

Ёмкость конденсатора находится по формуле

$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow q = CU, \tag{3.17}$$

где q – заряд конденсатора.

Тогда заряд конденсатора до и после раздвижения пластин

$$q_1 = C_1 U_1; \tag{3.18}$$

$$q_2 = C_2 U_2; \tag{3.19}$$

Разделим почленно (3.18) на (3.19):

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1 U_1}{C_2 U_2} = 2 \Rightarrow q_2 = \frac{q_1}{2}, \tag{3.20}$$

заряд уменьшится в 2 раза.

Напряжённость поля плоского конденсатора находится по формуле

$$E = \frac{U}{d}. \tag{3.21}$$

Тогда напряжённость поля конденсатора до и после раздвижения пластин:

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1}. \qquad (3.22)$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2}. \qquad (3.23)$$

Разделим почленно (3.22) на (3.23):

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1 d_2}{d_1 U_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{2d_1}{d_1} = 2 \Rightarrow E_2 = \frac{E_1}{2}, \qquad (3.24)$$

напряженность поля уменьшится в 2 раза.

Энергия заряженного конденсатора может быть найдена по трём формулам:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}. \qquad (3.25)$$

Воспользуемся последней из них. Энергия конденсатора до и после раздвижения пластин:

$$W_1 = \frac{q_1 U_1}{2}. \qquad (3.26)$$

$$W_2 = \frac{q_2 U_2}{2}. \qquad (3.27)$$

Разделим почленно (3.26) на (3.27):

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{2q_1 U_1}{2q_2 U_2} = \frac{q_1}{q_2} = 2 \Rightarrow W_2 = \frac{W_1}{2}, \qquad (3.28)$$

энергия уменьшится в 2 раза.

Задачи для самостоятельного решения

1. Плоский конденсатор с площадью пластин 100 мм^2, расстоянием между ними 0,1 мм, заполнен керосином. Определить ёмкость конденсатора, если перекрывание пластин составляет 60 %.

2. Определить ёмкость цилиндрического конденсатора, если внутренний цилиндр изготовлен из пластины с размерами 20×100 мм, а внутренний цилиндр – из пластины с размерами 40×80 мм. В качестве диэлектрика используется керосин.

3. Сферический конденсатор изготовлен из шара с объёмом 4 см^3 и сферы, с площадью поверхности 50 см^2. Пространство между телами заполнено стеклом. Найти ёмкость конденсатора.

4. Конденсатор с парафиновым диэлектриком заряжен до разности потенциалов 150 В. Напряжённость электрического поля в нём $6 \cdot 10^6$ В/м, площадь пластин 6 см^2. Определить ёмкость конденсатора и поверхностную плотность заряда на его обкладках.

5. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор), объём которого равен 100 см^3. Поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора равна 8,85 нКл/м^2. Вычислить работу А, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора. Трением диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь.

6. Электроёмкость плоского фарфорового конденсатора равна 111 пФ. Конденсатор зарядили до разности потенциалов 600 В и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть из конденсатора диэлектрик? Трением пренебречь.

7. Площадь пластин плоского слюдяного конденсатора 1,1 см^2, зазор между ними 3 мм. При разряде конденсатора выделилась энергия 1 мкДж. До какой разности потенциалов был заряжен конденсатор?

8. Энергия плоского воздушного конденсатора 0,4 нДж, разность потенциалов на обкладках 600 В, площадь пластин 1 см^2. Определить расстояние между обкладками и объёмную плотность энергии поля конденсатора.

9. Насколько изменится масса цилиндрического конденсатора, если его зарядить до разности потенциалов 200 В. Радиус внутреннего цилиндра 1 см, радиус внешнего цилиндра 3 см. Диэлектрик – вода.

10. Сколько энергии выделится при разряде сферического конденсатора, заряженного до разности потенциалов 500 В. Радиус внешней сферы равен 10 см, радиус внутренней сферы 4 см. Диэлектрик – стекло.

11. В плоский конденсатор вдвинули парафиновую пластину, вплотную прилегающую к пластинам. Площадь пластины составляет половину от площади пластин. Как изменилась ёмкость конденсатора?

12. Цилиндрический конденсатор длиной 10 см наполовину погрузили в керосин. Насколько изменится ёмкость конденсатора?

13. Какую работу совершит источник постоянного напряжения 200 В, заряжая цилиндрический конденсатор. Длина конденсатора 10 см, радиус внутреннего цилиндра равен 1 см, радиус внешнего цилиндра 3 см. Диэлектрик – парафин.

14. Плоский воздушный конденсатор ёмкостью 1 мкФ зарядили до разности потенциалов 200 В. После отключения конденсатора от источника расстояние между его пластинами увеличили в два раза. Какая работа была совершена?

15. Плоский воздушный конденсатор ёмкостью 0,1 мкФ зарядили до разности потенциалов 300 В. Как изменится заряд на его пластинах, если расстояние между ними уменьшили в два раза, не отключая конденсатор от источника?

16. Определить электроёмкость уединённой металлической сферы радиусом 5 см, погружённой в воду.

17. Шар радиусом 10 см заряжен до потенциала 300 В, а шар радиусом 5 см – до потенциала 500 В. Определить общую энергию и общий заряд шаров. Как изменятся заряды, потенциалы и энергия шаров после соединения их металлической проволокой, ёмкостью которой можно пренебречь?

18. Металлический шар радиусом 3 см зарядили до потенциала 100 В и соединили металлической проволокой с таким же незаряженным шаром. Определить заряд и потенциал шаров в соединённом состоянии. Найти потери энергии при перемещении заряда. Ёмкостью проволоки пренебречь.

19. Три параллельные пластины площадью 10 см^2 каждая, помещены на расстояние 1 мм друг от друга. Пространство между пластинами заполнено керосином. Потенциалы пластин 100 В, 50 В и 20 В. Найти ёмкость и энергию заряженной системы.

20. Между двумя металлическими пластинами плоского воздушного конденсатора, одна из которых заряжена до потенциала 10 В, другая – 5 В, внесли третью металлическую пластину такой же площади на равном расстоянии от обоих пластин. Потенциал третьей пластины 7 В. Найти изменение ёмкости и энергии этой заряженной системы.

4. Движение заряженной частицы в электростатическом поле

Пример 4.1

К заряженной нити движется α-частица (4.1). На расстоянии 30 см от нити частица имела скорость $5 \cdot 10^5$ м/с. Линейная плотность заряда нити – 20 нКл/м. Найти скорость частицы на расстоянии 10 см.

Дано:
$q_\alpha = 2q_n$
$m = 4m_n$
$r_1 = 30$ см
$\upsilon_1 = 5 \cdot 10^5$ м/с
$r_2 = 10$ см
$\tau = -20$ нКл/м

$\upsilon_1 - ?$

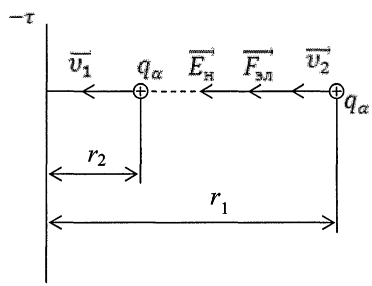


Рис. 4.1

Решение

По теореме о кинетической энергии работа силы

$$A = \Delta W_k = \frac{m_\alpha \upsilon_2^2}{2} - \frac{m_\alpha \upsilon_1^2}{2}. \qquad (4.1)$$

С другой стороны, работа силы определяется следующим выражением:

$$A = \int F_{эл} dr, \qquad (4.2)$$

где $F_{эл}$ – электрическая сила, действующая на α-частицу со стороны электростатического поля заряженной нити.

Электрическая сила определяется следующим выражением:

$$F_{эл} = E_н q_\alpha, \qquad (4.3)$$

где $E_н$ – напряжённость электростатического поля заряженной нити;

q_α – заряд α-частицы.

Напряженность поля заряженной нити находят по теореме Остроградского – Гаусса:

$$E_н = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}. \qquad (4.4)$$

Подставим (4.4) в (4.3) и (4.2):

$$A = \int E_н q_\alpha = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau q_\alpha}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} dr = \frac{\tau q_\alpha}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (4.5)$$

Левые части выражений (4.1) и (4.5) равны, следовательно, можно приравнять и правые части:

$$\frac{m_\alpha \upsilon_2^2}{2} - \frac{m_\alpha \upsilon_1^2}{2} = \frac{\tau q_\alpha \ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (4.6)$$

Отсюда скорость α-частицы на расстоянии r_2

$$\upsilon_2 = \sqrt{\left(\frac{\tau q_\alpha \ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{m_\alpha \upsilon_1^2}{2}\right)\frac{2}{m_\alpha}}, \qquad (4.7)$$

где ε= 1 – диэлектрическая проницаемость воздуха;

$m = 4m_n$ – масса α-частицы, равная четырём массам воздуха;

$q_\alpha = 2q_n$ – заряд α-частицы, равный двум зарядам протона;

$$\upsilon_2 = \sqrt{\left(\frac{-90\cdot10^{-9}\cdot2\cdot16\cdot10^{-19}\cdot\ln\frac{10\cdot10^{-2}}{30\cdot10^{-2}}}{2\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-12}} + \frac{4\cdot1{,}67\cdot10^{-27}(5\cdot10^5)^2}{2}\right)\frac{2}{4\cdot1{,}67\cdot10^{-27}}} =$$

$$= 5{,}4\cdot10^5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $5{,}4\cdot10^5$ м/с.

Пример 4.2

Протон, влетев со скоростью 5 Мм/с в поле плоского конденсатора вдоль его пластин, вылетел со скоростью 7 Мм/с. Длина пластин конденсатора – 10 см, расстояние между ними – 1 см (рис. 4.2). Найти разность потенциалов между пластинами.

Дано:
$q_n = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
$m_n = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг
$\upsilon_0 = 5$ Мм/с $= 5\cdot10^6$ м/с
$\upsilon = 7$ Мм/с $= 7\cdot10^6$ м/с
$\vec{\upsilon}_0 \perp \vec{E}$
$l = 10$ см $= 10\cdot10^{-2}$ м
$d = 1$ см $= 1\cdot10^{-2}$ м

$U - ?$

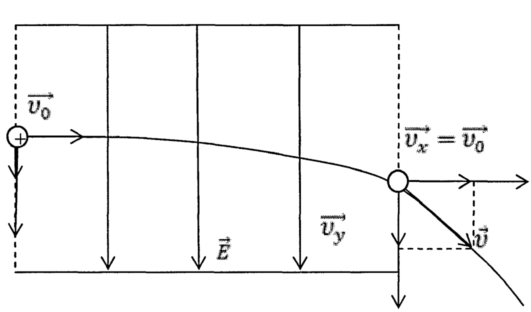


Рис. 4.2

Решение

В плоском конденсаторе разность потенциалов между пластинами связана с напряжённостью электростатического поля следующим выражением:

$$U = Ed. \tag{4.8}$$

Напряжённость электростатического поля конденсатора найдём по второму закону Ньютона:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}.$$

Отсюда

$$F_{эл} = m_n a, \tag{4.9}$$

так как сумму сил, действующих на протон, составляет электрическая сила (силой тяжести можно пренебречь, потому что она много меньше электрической силы). Эта электрическая сила и сообщает протону ускорение $\vec{a}$ (см. рис. 4.2).

Электрическая сила

$$F_{эл} = Eq_n. \tag{4.10}$$

Подставим (4.10) в (4.9):

$$Eq_n = m_n a. \tag{4.11}$$

Ускорение найдём с помощью двух основных кинематических уравнений:

$$\vec{S} = \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}; \tag{4.12}$$

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{a}t^2. \tag{4.13}$$

Спроецируем (4.13) на оси координат (см. рис. 4.2):

скорость по оси O_x

$$O_x\colon \upsilon_x = \upsilon_0; \tag{4.14}$$

скорость по оси O_y

$$O_y\colon \upsilon_y = at. \tag{4.15}$$

Спроецируем (4.12) на ось O_x. Перемещения по оси O_x

$$S_x = l\ \upsilon_0 t. \tag{4.16}$$

Из (4.16) определим время движения протона в конденсаторе:

$$t = \frac{l}{\upsilon_0}. \tag{4.17}$$

Подставим (4.17) в (4.15):

$$\upsilon_y = \frac{al}{\upsilon_0}. \tag{4.18}$$

Конечная скорость протона при движении в конденсаторе находится по теореме Пифагора (см. рис. 4.2):

$$\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2. \tag{4.19}$$

Подставим (4.18) и (4.14) в (4.19):

$$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + \frac{a^2 l^2}{\upsilon_0^2}. \tag{4.20}$$

Отсюда ускорение

$$a = \sqrt{\frac{\left(\upsilon^2 - \upsilon_0^2\right)\upsilon_0^2}{l^2}}. \tag{4.21}$$

Подставим (4.21) в (4.11):

$$Eq_n = m_n\sqrt{\frac{(\upsilon^2 - \upsilon_0^2)\upsilon_0^2}{l^2}}. \qquad (4.22)$$

Отсюда

$$E = \frac{m_n\sqrt{\frac{(\upsilon^2 - \upsilon_0^2)\upsilon_0^2}{l^2}}}{q_n}. \qquad (4.23)$$

Конечное выражение для разности потенциалов получим, подставив (4.23) в (4.8):

$$U = \frac{m_n d\sqrt{\frac{(\upsilon^2 - \upsilon_0^2)\upsilon_0^2}{l^2}}}{q_n}, \qquad (4.24)$$

$$U = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 10^{-2}\sqrt{\frac{\left((7\cdot 10^6)^2 - (5\cdot 10^6)^2\right)(5\cdot 10^6)^2}{(10\cdot 10^{-2})}}}{1{,}67\cdot 10^{-19}} = 25{,}6\cdot 10^3\ \text{В}.$$

Ответ: $22{,}6\cdot 10^3$ В.

Задачи для самостоятельного решения

1. В однородное электростатическое поле с напряжённостью 10 кВ/м, вдоль силовых линий влетает электрон, обладающий энергией 20 эВ. Найти тормозной путь электрона.

2. В электростатическое поле с напряжённостью 500 В/м влетает α-частица со скоростью 10 Мм/с и движется поперёк силовых линий. Найти смещение частицы за 3 с.

3. В электростатическое поле с напряжённостью 3 кВ/м влетело ядро Na со скоростью 5 Мм/с под углом 30° к силовым линиям однородного электрического поля. Найти его скорость в конце второй секунды движения.

4. Электроны вырываются с поверхности заряженного шара без начальной скорости. Радиус шара 10 см. Шар заряжен с объёмной плотностью заряда 40 нКл/м^3. Найти их скорость на расстоянии 30 см от центра шара.

5. К заряженной нити движется α-частица. На расстоянии 30 см от нити частица имела скорость 500 м/с. Линейная плотность заряда нити 20 нКл/м. Найти скорость частицы на расстоянии 10 см.

6. Электрон отрывается от отрицательно заряженной пластины с поверхностной плотностью зарядов 20 мкКл/м^2 без начальной скорости и достигает положительно заряженной пластины с поверхностной плотностью зарядов 10 мкКл/м^2. Пластины параллельны и расположены на расстоянии 1 мм друг от друга. Найти скорость электрона при ударе о положительно заряженную пластину.

7. Электрон вырывается с поверхности отрицательно заряженного шара со скоростью 30 Мм/с. Радиус шара 1 м. Шар заряжен с объёмной плотностью

400 нКл/м^3. Найти расстояние от поверхности шара, на котором электрон изменит свою кинетическую энергию вдвое.

8. Электроны вырываются с поверхности отрицательно заряженной сферы со скоростью 30 Мм/с. Радиус сферы 10 см. Сфера заряжена с поверхностной плотностью 10 нКл/м^2. Найти путь, который пройдёт электрон до полной остановки.

9. Найти скорость α-частицы при её движении в электростатическом поле через 3 с, если она в начальный момент времени влетела в поле со скоростью 10 Мм/с поперёк силовых линий. Напряжённость поля 500 В/м.

10. Найти смещение ядра Na вдоль и поперёк силовых линий в электростатическом поле, если оно влетело со скоростью 5 Мм/с под углом 30° к силовым линиям однородного электрического поля с напряжённостью 3 кВ/м.

11. Влетевшая в плоский конденсатор на равном расстоянии от пластин со скоростью 8 Мм/с α-частица не смогла вылететь из него. Расстояние между пластинами 15 мм, напряжение на конденсаторе 3 кВ. Найти минимальную длину пластин плоского конденсатора.

12. Влетевший в плоский конденсатор на равном расстоянии от пластин со скоростью 5 Мм/с протон не вылетел из него. Длина пластин конденсатора 20 см, расстояние между ними 20 мм. Найти минимальную разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора.

13. Найти ускорение, конечную скорость и время движения электрона от катода к аноду электронной лампы, если разность потенциалов между ними 220 В, а расстояние – 2 мм.

14. Шарик массой 10 г, несущий заряд, равный ста зарядам электронов, разгоняется в электростатическом поле с разностью потенциалов 1 кВ. Найти максимальную кинетическую энергию и скорость шарика, а также время движения, если путь, пройденный шариком, равен 3 см.

15. Электрон, влетев в конденсатор вдоль его пластин, вылетел под углом 30°. Найти его начальную скорость, если длина пластин конденсатора 15 см, а напряжённость поля в конденсаторе 3 кВ/м.

16. Протон, влетев со скоростью 5 Мм/с в поле плоского конденсатора вдоль его пластин, вылетел со скоростью 7 Мм/с. Найти разность потенциалов между пластинами.

17. Протон вырывается с поверхности положительно заряженного внутреннего цилиндра цилиндрического конденсатора со скоростью 1 Мм/с и достигает внешнего цилиндра. Найти его скорость в конце движения. Конденсатор заряжен с линейной плотностью 10 нКл/м, радиус внутреннего цилиндра 0,5 см, радиус внешнего цилиндра 1 см.

18. Протон вырывается с поверхности внутренней сферы положительно заряженного сферического конденсатора со скоростью 1 Мм/с и достигает внешней сферы. Найти его скорость в конце движения. Конденсатор заряжен с поверхностной плотностью 10 нКл/м^2, радиус внутреннего цилиндра 0,1 см, радиус внешнего цилиндра 0,2 см.

19. Найти ускорение, конечную скорость и время движения электрона между пластинами сферического конденсатора, если разность потенциалов между ним 220 В, а расстояние 2 мм.

20. Скорость α-частицы, влетевшей в цилиндрический конденсатор вдоль поверхности положительно заряженного цилиндра со скоростью 2 Мм/с при вылете из конденсатора возросла до 5 Мм/с. Найти линейную плотность заряда на цилиндрах, если длина конденсатора 10 см, радиус внутреннего цилиндра 0,2 см, радиус внешнего цилиндра 0,4 см.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

5. Электрический ток в проводнике

Пример 5.1

Условие

Ток в цепи изменяется по закону $i = 8+4t^2$, А. Найти количество электронов, прошедших по проводнику за интервал времени между первой и третьей секундами.

Дано:	*Решение*
$I(t) = 8 + 4t^2$ $t_1 = 2$ с $t_2 = 4$ с	Количество электронов можно найти по формуле $$N = \frac{q}{\lvert q_e \rvert}, \qquad (5.1)$$
$N - ?$	где q – весь заряд, прошедший по проводнику, $\lvert q_e \rvert$ – модуль заряда одного электрона, $\lvert q_e \rvert = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$, Кл.

Количество электричества или заряд определяется выражением

$$q = \int i\,dt, \qquad (5.2)$$

где i – сила тока, t – время.

Подставим данное в условии выражение для силы тока в (5.2) и проинтегрируем:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} (8 + 4t^2)dt = \int_{t_1}^{t_2} 8dt + \int_{t_1}^{t_2} 4t^2 dt = 8(t_2 - t_1) + \frac{4}{3}(t_2^3 - t_1^3). \qquad (5.3)$$

Это выражение определяет заряд, прошедший по проводнику за интервал времени от t_1 до t_2.Подставим (5.3) в (5.1):

$$N = \frac{8(t_2 - t_1) + \frac{4}{3}(t_2^3 - t_1^3)}{\lvert q_e \rvert}. \qquad (5.4)$$

Подставим в (5.4) численные значения и получим $N \approx 56{,}6 \cdot 10^{19}$.

Ответ: $56{,}6 \cdot 10^{19}$.

Пример 5.2

Условие

По медному проводнику протекает электрический заряд, изменяющийся по закону $q = 10 + 5t^2$, Кл, определить сопротивление проводника, если при $t = 2$ с падение напряжения на проводнике равнялось 20 В.

Дано:	*Решение*
$q(t) = 10 + 5t^2$ $t = 2$ с $U = 20$ В	Сопротивление проводника можно найти по закону Ома для однородного участка цепи:
R – ?	$$i = \frac{U}{R}, \qquad (5.5)$$

где i – сила тока, U – падение напряжения или разность потенциалов, R – сопротивление проводника. Из (5.5) выразим сопротивление:

$$R = \frac{U}{i}. \qquad (5.6)$$

Сила тока определяется выражением

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}, \qquad (5.7)$$

где q – заряд, прошедший по проводнику, t – время, $\dot{q}$ – производная от заряда по времени. Подставим данную в условии зависимость $q(t)$ в (5.7) и найдем производную:

$$i = (10 + 5t^2)' = 10' + (5t^2)' = 10t, \text{ А}. \qquad (5.8)$$

Подставим (5.8) в (5.6):

$$R = \frac{U}{i} = \frac{U}{10t}. \qquad (5.9)$$

Подставим в (5.9) численные значения: R= 20/(10·2) = 1 Ом.

Ответ: 1 Ом.

Задания для самостоятельной работы

1. Ток в цепи меняется по закону $i = 12 - 2t^3$, А. Найти суммарный заряд, прошедший по проводнику за интервал времени между первой и третьей секундами.

2. Сила тока в проводнике равномерно возрастает от 0 до 2 А в течение 5 с. Определить электрический заряд, прошедший по проводнику за это время.

3. Электрический заряд, протекающий по проводнику, изменяется по закону $q = 20 - 2t$, Кл. Найти среднее значение силы тока для интервала времени между второй и третьей секундами.

4. Закон изменения плотности тока имеет вид $j = 4 + 2t + t^2$, А/м^2. Найти падение напряжения на проводнике с сопротивлением 2 Ом и площадью поперечного сечения 4 мм^2 в момент времени $t = 4$ с.

5. Напряжение на проводнике изменяется по закону $U = 220\cos(100\pi t)$, В. Найти закон изменения силы тока и электрического заряда, протекающего в проводнике с электрическим сопротивлением 10 Ом.

6. Электрический ток в проводнике изменяется по закону $i = 5\cos(100\pi t)$, А. Какое среднее значение имеет сила тока и квадрат силы тока?

7. Электрическое сопротивление нагревательного прибора 50 Ом. Найти энергию, выделяющуюся в этом приборе за первую секунду его работы при прохождении по нему электрического тока, сила которого изменяется по закону $i = 220\sin(100\pi t)$, А.

8. Определить электрический заряд, прошедший по проводнику с сопротивлением 30 Ом при равномерном росте напряжения на его концах от 2 В до 40 В в течение 20 с.

9. Определить закон изменения плотности тока в железном проводнике длиной 10 см, если в проводнике создается напряжение, изменяющееся по закону $U = 5\cos(120\pi t)$, В.

10. Электрический ток в цепи изменяется по закону $i = -4 + 2t^2$, А. Найти количество электронов, прошедших по проводнику за интервал времени между 2 и 5 секундами.

11. Электрическое напряжение на медном проводнике длиной 50 см и сечением 30 мм^2 изменяется по закону $U = 5\cos^2(100\pi t)$, В. Найти среднее значение силы тока.

12. Сила тока в проводнике сопротивлением 15 Ом равномерно возрастает от нуля до некоторого максимального значения в течение пяти секунд. За это время в проводнике выделилось количество теплоты, равное 10 кДж. Найти среднюю силу тока в проводнике за этот период времени.

13. Ток в проводнике сечением 5 мм^2 изменяется по закону $i = 6t + 2t^2$, А. Определить значение плотности тока в момент времени t=5 с.

14. Напряжение на медном проводнике длиной 1 м изменяется по закону $U = 6t + 2t^2$, мВ. Определить значение плотности тока в момент времени t=2 с.

15. Сила тока в проводнике сопротивлением 15 Ом изменяется по закону $i = 2 + 4t + 2t^2$, А. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за промежуток времени между второй и третьей секундами.

16. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения за десять секунд. За это время в проводнике выделилось количество теплоты равное 1 кДж. Определите скорость нарастания тока в проводнике, если его сопротивление равно 3 Ом.

17. Напряжение на проводнике сопротивлением 20 Ом изменяется по закону $U = 1 + 3t + 2t^2$, В. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за промежуток времени между второй и третьей секундами.

18. По медному проводнику протекает электрический ток. Заряд, пересекающий любое сечение этого проводника, изменяется по закону $q = 20 + 2t^2$, Кл. Определить сопротивление проводника, если в момент времени t=2 с падение напряжения на этом проводнике равнялось 20 В.

19. Напряжение на медном проводнике длиной 50 см и сечением 30 мм^2 изменяется по закону $U = 3\cos(100\pi t)$, В. Найти значение силы тока в момент времени t=3 с.

20. Сила тока в проводнике равномерно возрастает от нуля до 5 А в течение пяти секунд. При каком постоянном токе через поперечное сечение этого проводника за то же время пройдёт такое же количество электрического заряда?

6. Расчёт электрических цепей

Пример 6.1

Условие

Два элемента имеют ЭДС 220 В и внутренние сопротивления r_1=50 Ом и r_2=100 Ом. Сопротивления $R_1 = R_2 = R_3$ =100 Ом. Сопротивление амперметра 200 Ом. Найти показание амперметра.

Дано:
ε_1=220 В
ε_2=220 В
r_1=50 Ом
r_2=100 Ом
$R_1 = R_2 = R$=100 Ом
R_A=200 Ом

I_A – ?

Решение

Представленная цепь (рис. 6.1) – разветвленная и включает в себя несколько источников ЭДС. Поэтому задачу лучше решать с помощью законов Кирхгофа.

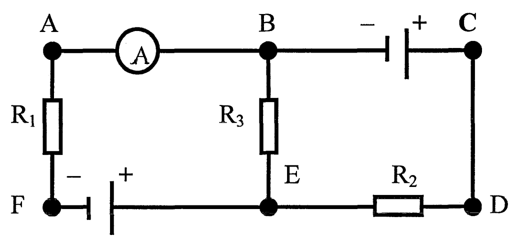


Рис. 6.1

Для применения первого закона Кирхгофа определим на схеме узлы. Это точки В и Е, и уравнение по данному закону составляется для количества узлов на единицу меньше их общего числа. Значит в данной задаче – для одного узла, например узла В. Примем произвольное направление токов, так как показано на рис. 6.2.

Первый закон Кирхгофа:

$$\sum_{n-1}^{N} I_n = 0 . \tag{6.1}$$

Сила тока, входящего в узел, в сумме берется с одним знаком, выходящего из узла – с другим. Тогда для узла В:

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0 . \tag{6.2}$$

Второй закон Кирхгофа:

$$\sum_{n=1}^{N} \varepsilon_n = \sum_{n=1}^{N} I_i R_i \,. \tag{6.3}$$

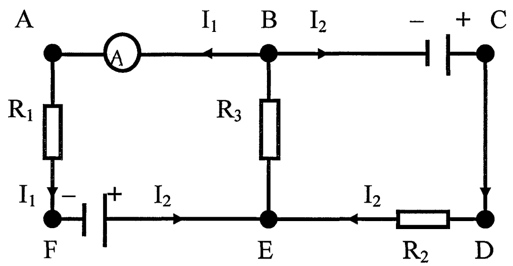


Рис. 6.2

Для его применения определим контуры и выберем произвольное направление их обхода. Уравнения по данному закону составляются для количества контуров на единицу меньше их общего числа. В нашем случае три контура, поэтому в данной задаче необходимо записать уравнения для двух любых контуров (см. рис. 6.2). Величины, направление которых совпадает с направлением обхода, берутся со знаком «плюс», направленных противоположно – со знаком «минус».

Тогда для I контура (FEBAF)

$$\varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_1 r_1 + I_3 R_3 + I_1 R_A \,. \tag{6.4}$$

Для контура II (EDCBE)

$$\varepsilon_2 = I_3 R_3 + I_2 r + I_2 R_3 \,. \tag{6.5}$$

Уравнение для контура III может быть получено аналогично или сложением уравнений для контуров I и II, но в этом нет необходимости. Мы имеем три неизвестных величины и три уравнения, в которых они находятся. Теперь необходимо совместно решить уравнения (6.2), (6.4) и (6.5), составив из них систему. Ток $I_A = I_1$, поэтому необходимо избавиться от неизвестных I_2 и I_3. Из (6.2) выразим I_2:

$$I_2 = I_3 - I_1 \,. \tag{6.6}$$

Подставим (6.6) в (6.5):

$$\varepsilon_2 = I_3 R_3 + (I_3 - I_1) r_2 + (I_3 - I_1) R_2 \,. \tag{6.7}$$

Из (6.7) выразим I_3:

$$I_3 = (\varepsilon_2 + I_1 (r_2 + R_2)) / (r_2 + R_2 + R_3) \,. \tag{6.8}$$

Подставим в (6.4) и выразим I_A:

$$\varepsilon_2 = I_1 (R_1 + r_1 + R_A) + R_3 \, \frac{\varepsilon_2 + I_1 (r_2 + R_2)}{r_2 + R_2 + R_3} \,;$$

$$\varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_2 R_3}{r_2 + R_2 + R_3} = I_1 (R_1 + r_1 + R_A + \frac{R_3 (r_2 + R_2)}{r_2 + R_2 + R_3}) \,;$$

$$I_A = I_1 = \frac{\varepsilon_1 - \dfrac{\varepsilon_2 R_3}{r_2 + R_2 + R_3}}{R_1 + r_1 + R_A + \dfrac{R_3(r_2 + R_2)}{r_2 + R_2 + R_3}}.$$

Расчет дает значение 0,07 А. Знак «плюс» показывает, что ток через амперметр течет в направлении, выбранному нами.

Ответ: 0,07 А.

Задания для самостоятельной работы

Рассчитать значение силы тока, протекающего на каждом участке электрической схеме и определить показания приборов. Электрические схемы представлены на рис. 6.3.1– 6.3.20. Исходные данные вариантов указаны в табл. 3. Все источники имеют внутреннее сопротивление 10 Ом.

Таблица 3

№ вар.	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом	R_6, Ом	ε_1, В	ε_2, В	ε_3, В	R_A, Ом	R_V, Ом
1	12	55	60	–	–	–	40	36	24	0,5	1500
2	20	16	34	–	–	–	12	24	–	0,5	1500
3	40	40	50	–	–	–	8	10	12	0,5	1500
4	50	50	50	25	25	–	36	30	24	0,5	1500
5	20	10	10	20	40	20	40	–	–	0,5	1500
6	20	20	40	40	–	–	24	12	–	0,5	1500
7	10	10	10	10	–	–	36	–	–	0,5	1500
8	30	20	40	–	–	–	12	24	–	0,5	1500
9	20	40	20	40	–	–	10	12	–	0,5	1500
10	40	40	20	20	30	–	24	12	–	0,5	1500
11	36	20	20	40	–	–	36	–	–	0,5	1500
12	50	50	30	30	–	–	48	24	–	0,5	1500
13	20	30	40	50	–	–	24	12	–	0,5	1500
14	40	40	40	40	–	–	12	10	8	0,5	1500
15	30	20	40	40	–	–	12	18	24	0,5	1500
16	10	10	10	10	–	–	12	6	–	0,5	1500
17	20	20	40	10	10	–	36	–	–	0,5	1500
18	40	20	20	20	–	–	12	36	–	0,5	1500
19	30	30	40	–	–	–	12	10	12	0,5	1500
20	20	10	40	40	–	–	24	–	–	0,5	1500

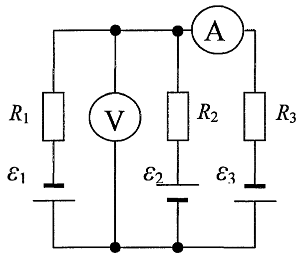


Рис. 6.3.1

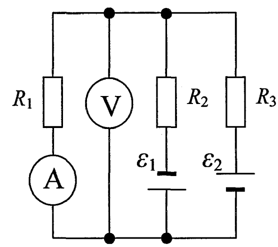


Рис. 6.3.2

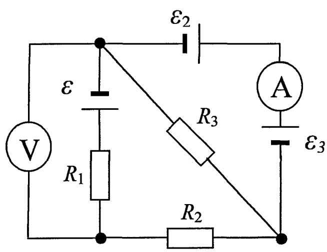


Рис. 6.3.3

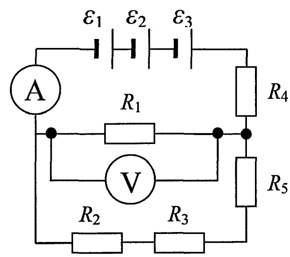


Рис. 6.3.4

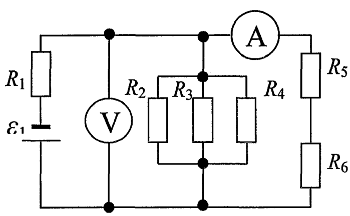


Рис. 6.3.5

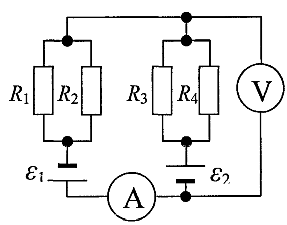


Рис. 6.3.6

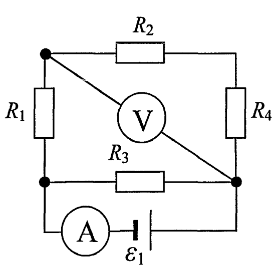


Рис. 6.3.7

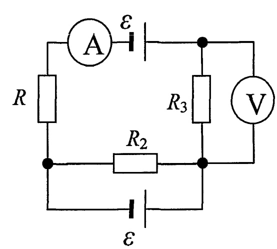


Рис. 6.3.8

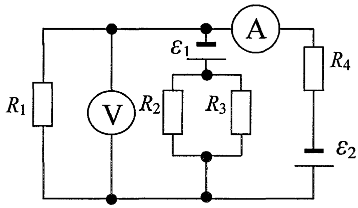


Рис. 6.3.9

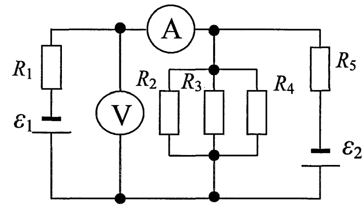


Рис. 6.3.10

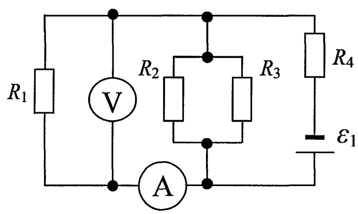


Рис. 6.3.11

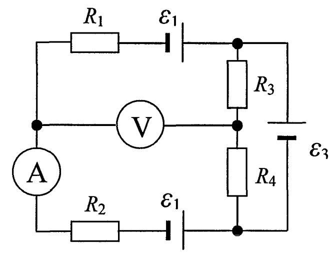


Рис. 6.3.12

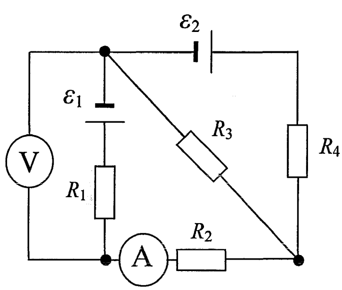


Рис. 6.3.13

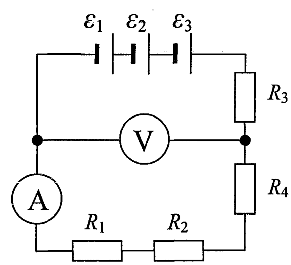


Рис. 6.3.14

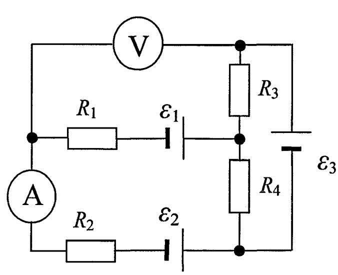


Рис. 6.3.15

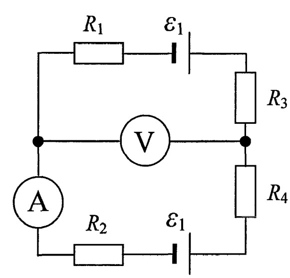


Рис. 6.3.16

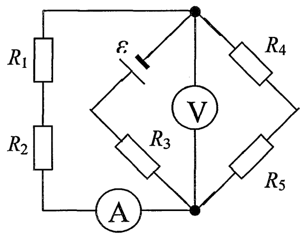


Рис. 6.3.17

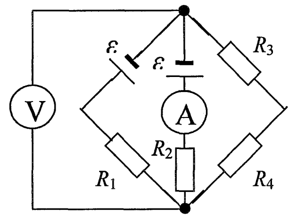


Рис. 6.3.18

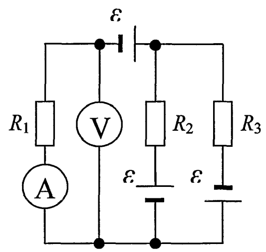


Рис. 6.3.19

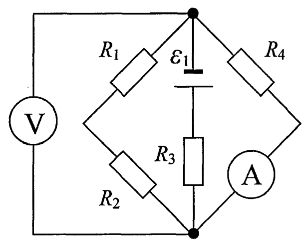


Рис. 6.3.20

7. Электрический ток в газах и жидкостях

Пример 7.1

Найти сопротивление трубки длиной 84 см и площадью поперечного сечения 5 мм^2, если она заполнена воздухом, ионизированным так, что в единице объема при равновесии находится 10^{13} м$^{-3}$ однозарядных ионов каждого знака. Подвижность положительных ионов равна $1{,}3\cdot10^{-4}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$, подвижность отрицательных ионов равна $1{,}8\cdot10^{-4}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$. Разность потенциалов на концах трубки 1 В.

Дано:
U=1 В; l = 84 см
S = 5 мм^2
$n = 10^{13}$ м$^{-3}$
$b_+ = 1{,}3\cdot10^{-4}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$
$b_- = 1{,}8\cdot10^{-4}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$

R – ?

Решение

Запишем закон Ома: $$R = \frac{U}{I}, \qquad (7.1)$$

где R – сопротивление трубки, U – напряжение, I – сила тока. Плотность электрического тока определяется выражениями:

$$j = \frac{I}{S} \qquad (7.2)$$

и $$j = qn(b_+ + b_-)E, \qquad (7.3)$$

где S – площадь поперечного сечения трубки; q – заряд носителя тока (иона), n – число пар ионов каждого знака в единице объема, b_+ и b_- – подвижность ионов каждого знака, E – модуль напряженности электрического поля.

Напряженность электрического поля можно найти, используя связь напряженности и разности потенциалов для однородного поля:

$$E = \frac{U}{d}, \tag{7.4}$$

где $d = l$ – расстояние, отсчитанное вдоль силовой линии поля, в данном случае равное длине трубки с ионизированным воздухом.

Подставим (7.4) в (7.3): $$j = qn(b_+ + b_-)\frac{U}{l}. \tag{7.5}$$

Приравняем правые части выражений (7.5) и (7.2):

$$\frac{I}{S} = \frac{qn(b_+ + b_-)U}{l}. \tag{7.6}$$

Выразим из (7.6) силу тока I: $$I = \frac{qn(b_+ + b_-)US}{l}. \tag{7.7}$$

Подставим (7.7) в (7.1):

$$R = \frac{Ul}{qn(b_+ + b_-)US}. \tag{7.8}$$

Проверка размерности:

$$[R] = \left[\frac{\text{м} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{Кл} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}\right].$$

Переводим в систему СИ:

$l = 84$ см $= 84 \cdot 10^{-2}$ м;

$S = 5$ мм$^2 = 5 \cdot 10^{-6}$ м^2.

$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – так как по условию ионы однозарядные.

Подстановка чисел в (7.8):

$$R = \frac{1 \cdot 84 \cdot 10^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{13}(1{,}3 \cdot 10^{-4} + 1{,}8 \cdot 10^{-4}) \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 3{,}4 \cdot 10^{14}\,\text{Ом}.$$

Ответ: $R = 3{,}4 \cdot 10^{14}$ Ом.

Пример 7.2

При электролизе медного купороса за один час выделилось 0,5 г меди. Площадь каждого электрода 75 см^2. Найти плотность тока.

Дано:	*Решение*
$t = 1$ ч $m = 0{,}5$ г $S = 75$ см^2	Плотность тока, $$j = \frac{I}{S}, \tag{7.9}$$
$j - ?$	где I – сила тока, S – площадь поперечного сечения электрода.

Массу вещества, выделяющегося на электродах, определяет объединенный закон Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{A}{Fn} It, \tag{7.10}$$

где m – масса выделяющегося вещества, A – атомарная масса, $F = 96\,485 \frac{\text{Кл}}{\text{моль}}$ – постоянная Фарадея, n – валентность вещества, t – время электролиза.

По условию происходит электролиз медного купороса, для которого уравнения электролитической диссоциации будет иметь вид:

$$CuSO_4 \to Cu^{+2} + (SO_4)^{-2},$$

т.е. валентность меди в данном случае $n = +2$

Выразим из (7.10) силу тока I: $I = \frac{mFn}{At}$. (7.11)

Подставим (7.11) в (7.9):

$$j = \frac{mFn}{AtS}. \tag{7.12}$$

Проверка размерности:

$$[j] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{Кл} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}\right].$$

Перевод в систему СИ:

$$t = 1 \text{ ч} = 3600 \text{ с};$$
$$m = 0{,}5 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг};$$
$$S = 75 \text{ см}^2 = 75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$
$$A = 63{,}5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \text{ – из таблицы Менделеева.}$$

Подстановка чисел: $j = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 96485 \cdot 2}{63{,}5 \cdot 3600 \cdot 75 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}} = 56 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$.

Ответ: $j = 56 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$.

Задания для самостоятельной работы

1. Азот ионизируется рентгеновскими лучами. Определить проводимость азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях динамического равновесия 10^7 пар ионов. Подвижность положительных ионов равна 1,27 см^2/В·с, отрицательных – 1,81 см^2/В·с.

2. Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока, текущего через камеру, равна $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ А. Площадь каждого электрода 300 см^2, расстояние между ними 2 см, разность потенциалов 100 В. Определить концентрацию пар ионов между пластинами, если ток далёк от насыщения. Подвижность положительных ионов равна 1,4 $см^2$/В·с, отрицательных – 1,9 $см^2$/В·с. Заряд ионов равен по модулю элементарному заряду.

3. Объём газа, заключённого между электродами ионизационной камеры, равен 0,5 л. Газ ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока насыщения равна $4\cdot10^{-9}$ А. Сколько пар ионов образуется в 1 $см^3$ газа? Заряд ионов равен по модулю элементарному заряду.

4. В ионизационной камере, расстояние между плоскими электродами которой 5 см, проходит ток насыщения плотностью $1{,}6\cdot10^{-9}$ А/$см^2$. Определить число пар ионов, образующихся в каждом кубическом сантиметре пространства камеры в 1 с.

5. В атмосферном воздухе в среднем содержится 700 пар ионов на 1 $см^3$. Подвижность положительных ионов равна 1,4 $см^2$/В·с, отрицательных – 1,9 $см^2$/В·с. Определить плотность вертикального тока, если напряжённость электрического поля Земли 130 В/см. Считать заряды ионов равными по модулю заряду электрона.

6. Какова сила тока насыщения при несамостоятельном газовом разряде, если ионизатор ежесекундно образует 10^9 пар ионов в одном кубическом сантиметре, площадь каждого из двух плоских параллельных электродов 100 $см^2$ и расстояние между ними 5 см?

7. При каком расстоянии между пластинами, площадью 100 $см^2$ каждая, установится сила тока насыщения, равная 10^{-10} А, если ионизатор образует в объёме 1 $см^3$ газа $12{,}5\cdot10^6$ пар ионов за 1 с?

8. При силе тока 5 А за время 10 мин в электролитической ванне выделилось 1,02 г двухвалентного металла. Определить его относительную атомную массу.

9. Сила тока, проходящего через электролитическую ванну с раствором медного купороса, равномерно возрастает в течение времени 20 с от 0 до 2 А. Найти массу меди, выделившейся за это время на катоде ванны.

10. Определить количество вещества двухвалентного металла, отложившегося на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение 5 мин шёл ток силой 2 А.

11. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 1 $см^2$ поверхности электрода за время 5 мин при плотности тока 10 А/$м^2$?

12. Определить количество меди, отложившейся на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение 5 мин шёл ток силой 2 А.

13. Медь выделяется из раствора $CuSO_4$ при напряжении 10 В. Найти энергию, необходимую для получения меди массой 1 кг (без учёта потерь).

14. При электролизе воды через ванну прошёл заряд равный 1000 Кл. Какова температура выделившегося кислорода, если он находился в объёме 0,25 л под давлением 129 кПа?

15. Ток какой силы должен проходить через раствор электролита, чтобы за 1 мин разлагался 1 г воды? Каков объём выделившегося при этом гремучего газа (гремучий газ – смесь 2 H_2 и O_2)?

16. Шарик радиусом 3 см покрывается никелем в течение 5 часов при силе тока 0,3 А. Определить толщину слоя никеля.

17. При какой плотности тока в растворе азотнокислого серебра ($AgNO_3$) толщина отложившегося слоя серебра растёт со скоростью 1 мм/ч?

18. Какая мощность расходуется на нагревание раствора азотнокислого серебра ($AgNO_3$), если за 6 часов из него выделяется в процессе электролиза серебро массой 120 г? Сопротивление раствора 1,2 Ом.

19. При никелировании пластины её поверхность покрывается слоем никеля толщиной 0,05 мм. Определите среднюю плотность тока, если никелирование продолжалось 2,5 ч.

20. Электролиз раствора сернокислого никеля ($NiSO_4$) протекает при плотности тока 0,15 А/дм^2. Сколько атомов никеля выделится за 2 минуты на катоде площадью 1 см^2?

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

8. Магнитное поле проводников с током

Пример 8.1

Найти напряжённость магнитного поля, создаваемого отрезком *AB* прямолинейного проводника с током, в точке *C*, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии 5 см от него (рис. 8.1). По проводнику течёт ток 20 А. Отрезок *AB* видим из точки *C* под углом 60°.

Дано:

$I = 20$ А

$AD = DB = \dfrac{AB}{2}$

$d = 5$ см

$\angle ACB = 60°$

$H - ?$

Решение

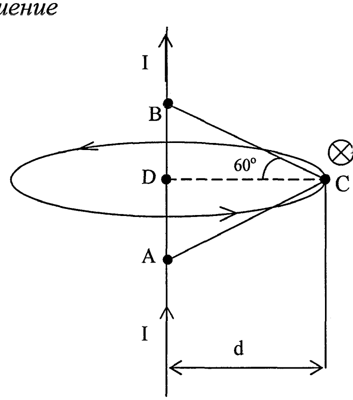


Рис. 8.1

Направление силовых линий поля связано с направлением тока в проводнике правилом «правого винта». Вектор $\vec{H}$ направлен по касательным к ним. Изобразим проводник, силовую линию и вектор $\vec{H}$ на рис. 8.1. Величину вектора $\vec{H}$ находят по закону Био – Савара – Лапласа. Для прямого провода с током конечной длины

$$H=\frac{I}{4\pi d}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)\,, \tag{8.1}$$

где I – сила тока в проводнике, d – кратчайшее расстояние от провода до той точки, где находят H, α_1 и α_2 – углы между единичными векторами $\vec{dl}$, указывающими направление тока и вектором $\vec{r}$, проведённым из начала вектора $\vec{dl}$ в ту точку, где определяют напряжённость, в начале и в конце отрезка соответственно, т.е. $\alpha=\vec{dl}\,\vec{r}$. Изобразим эти векторы и углы на рис. 8.2.

Так как по условию DC – это перпендикуляр к середине отрезка AB, то $BD=DA=\dfrac{AB}{2}$ и углы $\angle ADC$ и $\angle BDC$ равны 90°, а углы $\angle BCD$ и $\angle ACD$ будут равны половине угла $\angle ACB$, т.е. 30°. Значит, углы $\angle BAC$ и $\angle ABC$ будут по 60°.

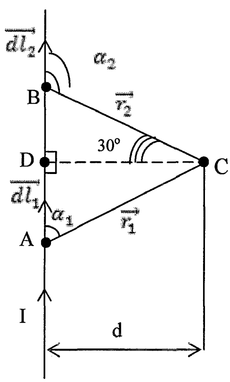


Рис. 8.2

Таким образом,

$\alpha_1=\angle BAC=60°$ и $\alpha_2=180°-\angle ABC=120°$.

Подставим эти значения в (8.1):

$$H=\frac{I}{4\pi d}(\cos 60°-\cos 120°)\,, \tag{8.2}$$

где H – напряжённость магнитного поля, создаваемого отрезком AB в точке C.

Перевод в систему СИ:

$$d=5\ \text{см}=5\cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

Подстановка чисел в выражение (8.2):

$$H=\frac{20}{4\cdot\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}}\left(\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=32\ \text{А/м}.$$

Ответ: H = 32 А/м.

Пример 8.2

Найти величину и направление напряжённости и индукции магнитного поля в точке A (рис. 8.3). Сила кругового тока 1 А, сила прямого тока 2 А. Радиус витка 1 м. Расстояние от центра витка до прямого проводника с током 1,5 м.

Дано:	*Решение*
$I_1=1$ А $I_2=2$ А $R=1$ м $d=1{,}5$ м	Направление силовых линий магнитного поля связано с направлением тока в проводнике правилом «правого винта». Векторы $\vec{H}$ и $\vec{B}$ направлены по касательной к ним. На рис. 8.4 показаны направления этих векторов, определённые по данному правилу.
$\vec{H}-?$ $\vec{B}-?$	Если магнитное поле создано системой проводников с током, то результирующая напряжённость и магнитная индукция находятся по принципу суперпозиции:

$$\vec{H}_p = \sum \vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2; \qquad (8.3)$$

$$\vec{B}_p = \sum \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \qquad (8.4)$$

При этом $\vec{B}_p = \mu\mu_0 \vec{H}_p$, где μ – магнитная проницаемость среды (для воздуха $\mu = 1$), $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная. Из этого выражения видно, что вектора $\vec{H}$ и $\vec{B}$ всегда сонаправлены. Тогда для нашей задачи направление векторов $\vec{H}$ и $\vec{B}$ в точке A соответствует указанному на рис. 8.4.

Величину векторов напряжённости и магнитной индукции определяют по закону Био – Савара – Лапласа. Для прямого бесконечно длинного провода

$$H_{пр} = \frac{I}{2\pi d}, \qquad (8.5)$$

где I – сила тока в проводе; d – кратчайшее расстояние от провода до той точки, где определяют H.

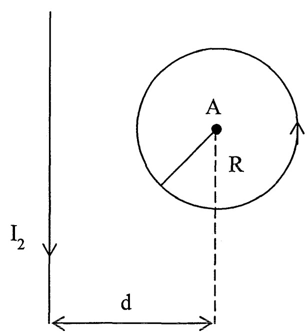


Рис. 8.3

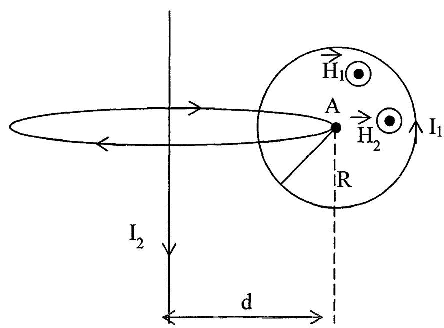


Рис. 8.4

Для кругового тока в центре витка

$$H_{кр} = \frac{I}{2R}, \qquad (8.6)$$

где I – сила тока в витке; R – радиус витка. Тогда с учётом выражений (8.5) и (8.6) для нашей задачи получим:

$$H_1 = \frac{I_1}{2R}; \qquad (8.7)$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi d}. \qquad (8.8)$$

Спроектируем выражение (8.3) на ось X, направленную к нам (рис. 8.5):

$$H_p = H_1 + H_2. \qquad (8.9)$$

Подставим (8.7) и (8.8) в (8.9) и найдем результирующую напряжённость в точке A:

$$H_p = \frac{I_1}{2R} + \frac{I_2}{2\pi d} \qquad (8.10)$$

Подстановка чисел в (8.9):

$$H_p = \frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{2}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5} = 0{,}7 \text{ А/м.}$$

Результирующая магнитная индукция

$$B_p = \mu\mu_0 H_p,$$

Рис. 8.5

$$B_p = 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}7 = 8{,}8 \cdot 10^{-7} \text{Тл.}$$

Ответ: $H_p = 0{,}7 \frac{\text{А}}{\text{м}}$; $B_p = 8{,}8 \cdot 10^{-7}$ Тл.

Задания для самостоятельной работы

Найти величину и направление напряжённости H и индукции B магнитного поля в точке A. Конфигурации систем проводников для вариантов 1–20 представлены на рис. 8.6.1–8.6.20. Исходные данные вариантов указаны в табл. 4.

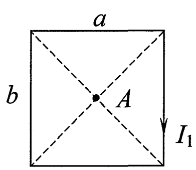


Рис. 8.6.1

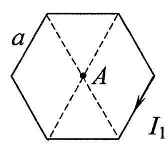


Рис. 8.6.2

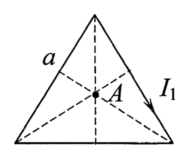


Рис. 8.6.3

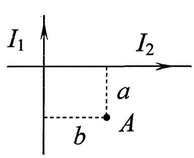


Рис. 8.6.4

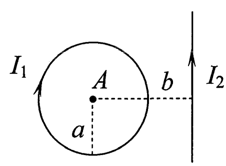


Рис. 8.6.5

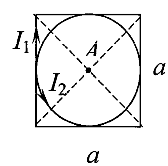


Рис. 8.6.6

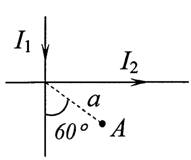


Рис. 8.6.7

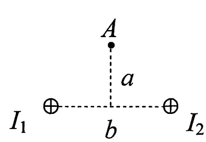


Рис. 8.6.8

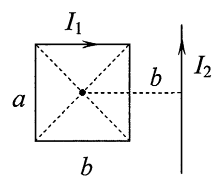


Рис. 8.6.9

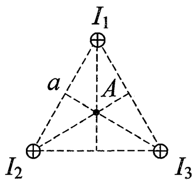


Рис. 8.6.10

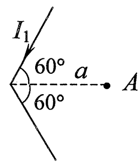


Рис. 8.6.11

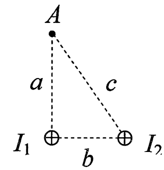


Рис. 8.6.12

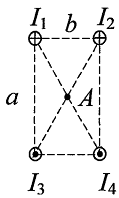


Рис. 8.6.13

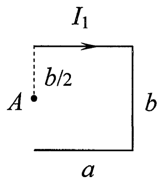


Рис. 8.6.14

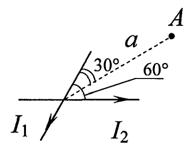


Рис. 8.6.15

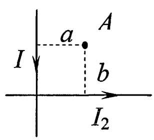


Рис. 8.6.16

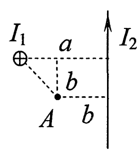


Рис. 8.6.17

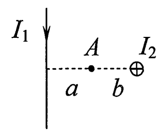


Рис. 8.6.18

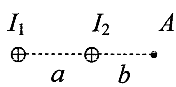


Рис. 8.6.19

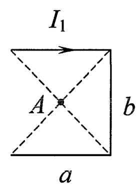


Рис. 8.6.20

Таблица 4

№ вар.	I_1, А	I_2, А	I_3, А	I_4, А	a, м	b, м	c, м
1	4	–	–	–	0,6	0,5	–
2	2	–	–	–	0,2	–	–
3	4	–	–	–	0,3	–	–
4	6	3	–	–	0,1	0,2	–
5	2	3	–	–	0,8	0,6	–
6	6	3	–	–	0,4	–	–
7	4	6	–	–	0,2	–	–
8	4	2	–	–	0,2	0,4	–
9	2	3	–	–	0,3	0,6	–
10	4	–	–	–	0,4	–	–
11	3	–	–	–	0,5	–	–

Окончание табл. 4

№ вар.	I_1, А	I_2, А	I_3, А	I_4, А	a, м	b, м	c, м
12	4	8	–	–	0,4	0,3	0,5
13	4	4	2	2	0,8	0,4	–
14	3	–	–	–	0,4	0,4	–
15	4	6	–	–	0,6	–	–
16	2	4	–	–	0,2	0,4	–
17	5	2	–	–	0,7	0,3	–
18	4	4	–	–	0,3	0,3	–
19	2	3	–	–	0,4	0,4	–
20	4	–	–	–	0,4	0,4	–

9. Силовое действие магнитного поля на проводники с током

Пример 9.1

Рамка гальванометра длиной 4 см и шириной 1,5 см, содержащая 200 витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией 0,1 Тл параллельно линиям индукции (рис. 9.1). Какой вращающий момент действует на рамку, когда по виткам течёт ток силой 1 мА?

Дано:
$a = 4$ см $= 4{\cdot}10^{-2}$ м
$b = 1{,}5$ см $= 1{,}5{\cdot}10^{-2}$ м
$B = 0{,}1$ Тл
$I = 1$ мА$= 1{\cdot}10^{-3}$ А
$N = 200$

$M = ?$

Решение

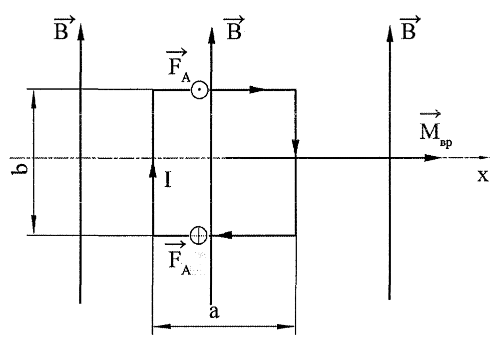


Рис. 9.1

На плоскость рамки действует сила Ампера, так как две грани параллельны линиям индукции, то сила Ампера на них не действует из-за того, что угол между направлением вектора индукции магнитного поля и направлением тока в рамке равен нулю. На две другие грани действует сила Ампера, которая создаёт вращающий момент. Вращающий момент можно найти по формуле

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right] \qquad (9.1)$$

или в скалярном виде

$$M = p_m \times B \times \sin\alpha\,, \qquad (9.2)$$

где B – магнитная индукция, p_m – магнитный момент контура, который можно найти по формуле

$$p_m = I \cdot S \cdot N, \qquad (9.3)$$

S – площадь поверхности рамки, ограниченная контуром, N – число витков контура, I – сила тока.

Площадь поверхности, ограниченная контуром, находится по формуле

$$S = a \cdot b, \qquad (9.4)$$

где a и b – длина и ширина.

Поставим в формулу (9.2) формулы (9.3) и (9.4), получим

$$M = I \cdot a \cdot b \cdot N \cdot B. \qquad (9.5)$$

Подставим числовые значения в формулу (9.5):

$$M = 0{,}04 \cdot 0{,}06 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}1 = 4{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{Н·м}.$$

Ответ: $4{,}8 \cdot 10^{-4}$ Н·м.

Пример 9.2

Условие

Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной 2 м, стоящие друг от друга на расстоянии 20 см (рис. 9.2). Определить силу взаимного отталкивания шин в случае, когда по ним в разные стороны течёт ток силой 10 кА. Какую работу надо совершить на каждый метр длины проводника для уменьшения расстояния между ними до 10 см?

Дано:
$L_1 = L_2 = 2$ м
$a = 20$ см $= 0{,}2$ м
$b = 10$ см $= 0{,}1$ м
$I_1 = I_2 = 10$ кА $= 1 \cdot 10^4$ А

F – ?
A – ?

Решение

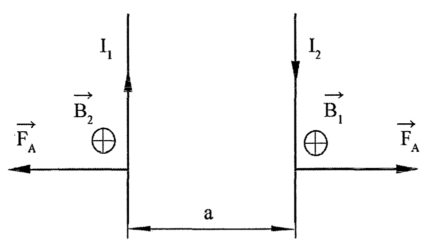


Рис. 9.2

Шины, представляющие собой параллельные проводники с током, будут взаимно отталкиваться, если по ним течет ток в противоположных направлениях. Силу Ампера, действующую при этом на каждый проводник, можно определить по формуле

$$d\vec{F}_A = I \cdot \left[d\vec{L} \times d\vec{B}\right]. \qquad (9.6)$$

В случае прямолинейного провода в постоянном магнитном поле сила, действующая на второй проводник,

$$F_2 = I_2 \cdot B_1 \cdot L_2 \cdot \sin\alpha, \qquad (9.7)$$

где I_2 – ток, текущий во втором проводнике, L_2 – его длина, B_1 – магнитная индукция поля, созданного первым проводником, $\sin\alpha$ – синус угла между вектором магнитной индукции и единичным вектором $d\vec{l}$, указывающим направления тока.

В нашем случае угол составляет 90° и синус равен 1. Магнитная индукция поля первого проводника находится по формуле для прямого бесконечно длинного провода:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{a}, \tag{9.8}$$

где a – расстояние между шинами. Подставим в формулу (9.8) формулу (9.7) и получим выражение для расчета силы взаимного отталкивания:

$$F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1 \cdot I_2 \cdot L_2}{a}. \tag{9.9}$$

Подставим в эту формулу числовые значения и получим $F = 200$ Н.

Работа, совершаемая при перемещении проводников в магнитном поле, может быть рассчитана по формуле

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_A \cdot d\vec{r}\,. \tag{9.10}$$

В нашем случае подстановка выражения (9.9) и вычисление интеграла приводит к выражению

$$A_l = \frac{\mu\mu_0 2I_1I_2}{4\pi}L_2 \ln\frac{b}{a}. \tag{9.11}$$

Работа за единицу длины проводника

$$A_l = \frac{\mu\mu_0 2I_1I_2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}. \tag{9.12}$$

Расчет по этой формуле дает значение $-1{,}39 \cdot 10^{-5}$ Дж/м.

Знак «–» означает, что работа совершается против силы отталкивания, действующей на проводники.

Ответ: $-1{,}39 \cdot 10^{-5}$ Дж/м.

Задания для самостоятельной работы

1. По жёсткому проволочному кольцу диаметром 10 см и сечением 5 мм^2 течёт ток силой 5 А. Плоскость кольца перпендикулярна магнитному полю. Индукция магнитного поля равна 1 Тл. Найти силу, действующую на единицу длины кольца со стороны поля.

2. Два бесконечно длинных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся на расстоянии L друг от друга. При увеличении расстояния между ними до $2L$, на каждый сантиметр длины проводника была совершена работа, равная 138 нДж. Определите силу тока в проводниках.

3. Проволочный виток радиусом 5 см находится в однородном магнитном поле напряжённостью 100 А/м. Плоскость витка образует угол 60° с направлением поля. По витку течет ток 4 А. Определить вращающий момент, действующий на виток.

4. Рамка гальванометра длиной 4 см и шириной 1,5 см, содержащая 200 витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Плоскость рамки параллельна линиям индукции. Какой вращающий момент действует на рамку, когда по виткам течёт ток силой 1 мА?

5. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной 2 м, отстоящие друг от друга на расстоянии 20 см. Определить силу взаимного отталкивания шин в случае, когда по ним течёт ток силой 10 кА.

6. В однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл помещена квадратная рамка, периметр которой равен 20 см. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением линий напряжённости магнитного поля угол 30°. Определить вращающий момент, действующий на рамку, если по ней течёт ток 1 А.

7. В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл находится прямоугольная рамка длиной 8 см и шириной 5 см, содержащая 100 витков тонкой проволоки. Сила тока в рамке равна 1 А. Плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определить вращающий момент, действующий на рамку.

8. В однородном магнитном поле с индукцией 1 Тл находится квадратная рамка со стороной 10 см, по которой течёт ток 4 А. Плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определите работу, которую надо совершить для поворота рамки относительно оси, проходящей через середину противоположных сторон на 90°.

9. Контур из провода, изогнутого в форме квадрата со стороной 0,5 м, расположен в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом так, что две его стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре равна 1 А, сила тока в проводе – 5 А. Определите силу, действующую на контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии 10 см.

10. Контур из провода, изогнутого в форме прямоугольника со сторонами 0,4 м и 0,3 м, расположен в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом так, что две его стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре равна 2 А, сила тока в проводе – 6 А. Направление тока в ближайшей стороне контура совпадает с направлением тока в проводе. Сила, действующая на контур со стороны магнитного поля, равна 1 мкН. Найти расстояние, на котором находится ближайшая к проводу сторона контура.

11. В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл движется равномерно проводник длиной 10 см. По проводнику течёт ток силой 2 А. Скорость движения проводника равна 20 см/с и направлена перпендикулярно магнитному полю. Найти работу, затраченную на перемещение проводника за время 10 с.

12. Горизонтальные рельсы находятся на расстоянии 0,3 м друг от друга. На них перпендикулярно рельсам лежит стержень. Какой должна быть минимальная индукция магнитного поля, чтобы стержень начал двигаться равномерно, если по нему пропускать электрический ток силой 50 А? Коэффициент трения стержня о рельсы равен 0,2. Масса стержня 0,5 кг.

13. Проводник длиной 0,6 м находится в магнитном поле, напряжённость которого изменяется по закону $H = 1000\sin(\pi t)$, А/м. По проводнику бежит ток 5 А. Определить максимальное значение силы, действующей на проводник.

14. В тонком проводнике в виде кольца радиусом 20 см протекает ток 100 А. Перпендикулярно плоскости кольца создано однородное магнитное поле с индукцией $2\cdot10^{-2}$ Тл. Чему равна сила, растягивающая кольцо?

15. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной 10 см, проходит постоянный ток силой 20 А. Плоскость квадрата составляет угол 30° с линиями напряжённости магнитного поля, индукция которого равна 0,1 Тл. Направления магнитного момента контура и индукции поля совпадают. Найти действие магнитного поля на каждую сторону рамки.

16. В однородном магнитном поле с индукцией 0,25 Тл находится плоская катушка радиусом 0,25 м, содержащая 25 витков. Плоскость катушки составляет угол 60° с направлением индукции. Определите вращающий момент, действующий на катушку в магнитном поле, если сила тока в ней равна 3 А. Какую работу надо совершить, чтобы удалить катушку из магнитного поля?

17. Из проволоки длиной 20 см сделан квадратный контур. Найти вращающий момент сил, действующих на контур, помещённый в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл под углом 45° к силовым линиям. Сила тока в контуре равна 2 А.

18. Из проволоки длиной 20 см сделан круговой контур. Найти вращающий момент сил, действующих на контур, помещённый в однородное магнитное поле с индукцией 0,3 Тл под углом 60° к силовым линиям. Сила тока в контуре равна 5 А.

19. Однородное магнитное поле с индукцией 1,5 Тл перемещает проводник длиной 0,2 м на расстояние 0,25 м. Сила тока в проводнике равна 10 А. Направление перемещения перпендикулярно вектору магнитной индукции и направлению тока. Проводник расположен под углом 30° к вектору магнитной индукции. Какая работа совершается при этом?

20. Определить минимальное значение индукции такого однородного магнитного поля, направленного горизонтально, которое может оторвать от поверхности земли проводник массой 0,1 кг и длиной 1 м, по которому течёт ток 10 А.

10. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Пример 10.1

Электрон, движущийся со скоростью 10^6 м/с, попадает в магнитное поле прямого провода, по которому течёт ток силой 10 А (рис. 10.1). Найти траекторию движения электрона в случае, если первоначально он двигался вдоль провода по току.

Дано:
$I_1 = 1$ А
$I_2 = 2$ А
$R = 1$м
$d = 1{,}5$ м

$\vec{H}$ – ?
$\vec{B}$ – ?

Решение

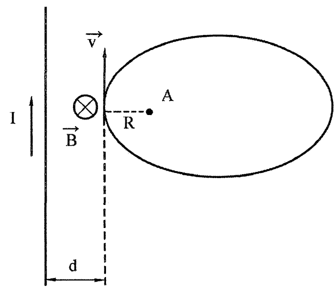


Рис. 10.1

На рис. 10.1 показаны направление магнитного поля и скорости движения электрона. По правилу левой руки с учетом отрицательного электрического заряда электрона определяем направление действующей на него силы Лоренца. В данном случае получается, что сила Лоренца направлена от провода. Под действием этой силы электрон начнет двигаться по дуге окружности, радиус которой будет зависеть от величины индукции магнитного поля. Магнитное поле прямого провода с током является неоднородным, поэтому по мере удаления электрона от проводника радиус дуги окружности начнет увеличиваться. В определенный момент времени направление скорости электрона изменится настолько, что он начнет двигаться какое-то время в сторону проводника. При этом будет наблюдаться уменьшение радиуса кривизны его траектории. Траектория замкнется и примет форму неправильного эллипса.

Рассчитаем радиус кривизны траектории электрона в начальный момент времени:

$$\vec{F}_л = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]. \tag{10.1}$$

Скалярный вид этого выражения:

$$F_л = qvB\sin\alpha \tag{10.2}$$

и в нашем случае $\sin\alpha = 1$.

Величину вектора магнитной индукции определяют по закону Био – Савара – Лапласа. Для прямого бесконечно длинного провода

$$B_{пр} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{d}, \tag{10.3}$$

где I – сила тока в проводе; d – кратчайшее расстояние от провода до той точки, где определяют B.

По второму закону Ньютона
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i \tag{10.4}$$

или
$$\vec{F}_л = m\vec{a}. \tag{10.5}$$

Далее, учитывая направления действия силы и скорости и проецируя на ось, направленную к центру окружности, по дуге которой движется электрон

$$F = ma_n. \tag{10.6}$$

В этом выражении нормальное ускорение электрона можно заменить

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \tag{10.7}$$

Тогда

$$qv\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{d} = m\frac{v^2}{R}. \tag{10.8}$$

Выразим радиус, одновременно выполнив сокращение:

$$R = \frac{2\pi dmv}{\mu\mu_0 I}. \tag{10.9}$$

Сделаем подстановку чисел.

Пример 10.2

В однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл движется протон. Траектория движения – винтовая линия с радиусом 1 см и шагом 6,28 см (рис. 10.2). Найти скорость протона и его кинетическую энергию. Какую разность потенциалов электрического поля необходимо пройти протону для разгона до этой скорости.

Дано:
$B = 2$ Тл
$M = 1{,}67\cdot10^{-27}$ Кг
$q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
$R = 1$ см $= 1\cdot10^{-2}$ м
$h = 6{,}28$ см $=$
$= 6{,}28\cdot10^{-2}$ м

$v = ?$
$W = ?$

Решение

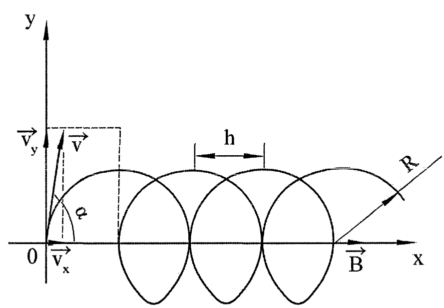


Рис. 10.2

Движение протона по винтовой линии – это движение по окружности со скоростью v_y под действием силы Лоренца перпендикулярно магнитному полю и равномерное движение вдоль поля со скоростью v_x

$$v_x = v\cos\alpha \text{ и } v_y = v\sin\alpha. \tag{10.10}$$

Тогда

$$v_{полн} = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \tag{10.11}$$

По второму закону Ньютона в проекции на ось 0y

$$F_л = m\cdot a_n. \tag{10.12}$$

Сила Лоренца определяется выражением

$$F_л = q\cdot B\cdot v_y. \tag{10.13}$$

Тогда

$$q \cdot B \cdot v_y = \frac{mv_y^2}{R}. \qquad (10.14)$$

После небольшого преобразования получим выражение

$$v_y = \frac{q \cdot B \cdot R}{m}, \qquad (10.15)$$

где q – заряд протона, B – магнитная индукция поля (Тл), R – радиус траектории протона (м), m – масса протона (кг).

Скорость v_x найдем из соотношения $h = v_x \cdot T$ и получим

$$v_x = \frac{h}{T}, \qquad (10.16)$$

где h – шаг винта, выраженный в метрах, T – время одного оборота протона, выраженное в секундах, и оно равно

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v_y}. \qquad (10.17)$$

С учетом формул (10.2) и (10.4) запишем

$$v_x = \frac{h \cdot q \cdot B}{2\pi \cdot m}. \qquad (10.18)$$

Подставляем формулы (10.5) и (10.2) в формулу (10.1)

$$v = \sqrt{\frac{h^2 \cdot q^2 \cdot B^2}{4\pi \cdot m^2} + \frac{h^2 \cdot q^2 \cdot B^2}{m^2}} = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m}\sqrt{h^2 + 4\pi^2 \cdot R^2}. \qquad (10.19)$$

Подставим числовые значения и получим v=2,7·10^6 м/с.

Кинетическую энергию протона найдем из формулы

$$W_k = \frac{mv^2}{2}, \qquad (10.20)$$

где m – масса протона, v – скорость протона.

Подставим числовые значения: W_k= 6,1·10^{-15} Дж.

По закону сохранения энергии

$$\Delta W_k = A, \qquad (10.21)$$

где A – работа электрического поля, определяемая по выражению

$$A = q \cdot U. \qquad (10.22)$$

Тогда

$$U = \frac{W_k}{q}. \qquad (10.23)$$

Подставим числа и получим 38 125 В ≈ 38,1 кВ.

Ответ: 2,7·10^6 м/с; 6,1·10^{-15} Дж, 38,1 кВ.

Задания для самостоятельной работы

1. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Первый ион с массой 12 а.е.м. описал дугу радиусом 4 см. Определить массу второго иона, если он описал в магнитном поле дугу радиусом 6 см.

2. Найти период и частоту обращения электрона по круговой орбите в однородном магнитном поле с индукцией 1 Тл перпендикулярно его силовым линиям.

3. Протон, движущийся со скоростью 10^6 м/с, влетает в пространство, где имеются взаимно перпендикулярные электростатическое поле с напряженностью 10^4 В/м и магнитное поле с индукцией 0,1 мТл. Изначально протон движется по направлению силовых линий электростатического поля. Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорения протона в этот момент времени.

4. В однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл движется протон. Траектория движения – винтовая линия с радиусом 1 см и шагом 6,28 см. Найти скорость протона и его кинетическую энергию.

5. Электрон с энергией 20 кэВ влетает в однородное магнитное поле с индукцией 1 мТл под углом 45° по отношению к его силовым линиям и движется по винтовой линии. Найти радиус и шаг этой винтовой линии.

6. Протон, движущийся со скоростью 10^4 м/с, упруго сталкивается с покоящимся до этого ядром атома гелия и приобретает скорость $6{\cdot}10^3$ м/с. После столкновения протон и ядро атома гелия попадают в область с однородным магнитным полем перпендикулярно его линиям индукции. Сравнить радиусы окружностей, по которым движутся в магнитном поле эти микрочастицы.

7. При движении протона в однородном магнитном поле за счет столкновения с молекулами воздуха радиус кривизны его траектории уменьшился с 12 мм до 3 мм. Как при этом изменилась скорость протона?

8. Электрон и протон после разгона в электрическом поле одинаковой разностью потенциалов влетают в однородное магнитное поле под углом 30° к линиям магнитной индукции. Сравнить радиусы винтовых линий, вдоль которых движутся эти микрочастицы в магнитном поле.

9. В масс-спектрометре ионы $^{13}CO_2^+$ и $^{12}CO_2^+$ разгоняются в электростатическом поле с напряжением 30 кВ и попадают в магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям. Установлено, что при движении в магнитном поле радиусы их траекторий отличаются на 0,1 мм. Найти индукцию и напряжённость действовавшего на частицы магнитного поля.

10. Протон и α-частица после разгона в электростатическом поле одинаковой разностью потенциалов влетают в однородное магнитное поле под углом 60° к линиям магнитной индукции. Сравнить радиусы дуг окружностей, соответствующих траектории движения этих микрочастиц в магнитном поле траекторий.

11. Электрон, движущийся со скоростью 10^6 м/с, попадает в магнитное поле прямого провода, по которому течёт ток силой 10 А. Найти радиус дуги окружности, соответствующей траектории движения электрона на расстоянии 5 см от провода в случае, если первоначально он двигался к проводу. Ток в проводнике появился в момент, когда электрон достиг указанного расстояния.

12. Частица под действием электростатического поля с разностью потенциалов $4{,}15 \cdot 10^8$ В приобрела скорость $2 \cdot 10^8$ м/с. Двигаясь с этой скоростью в магнитном поле с индукцией 1 мТл перпендикулярно линиям индукции, частица испытала действие силы Лоренца, равной $6{,}4 \cdot 10^{-14}$ Н. Найти массу и заряд частицы. Что это за частица?

13. Частица, несущая заряд в два раза больший, чем элементарный, движется в однородном магнитном поле с индукцией 2 мТл перпендикулярно силовым линиям поля по окружности радиусом 5 см. Найти импульс и момент импульса этой микрочастицы.

14. Электрон и протон движутся в магнитном поле с индукцией 10 мТл по окружности радиусом 1 мм. Найти и сравнить кинетические энергии этих микрочастиц.

15. При движении в магнитном поле из-за сопротивления среды электрон снизил свою скорость в четыре раза. Как при этом изменится радиус кривизны его траектории?

16. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному проводнику на расстоянии 4 мм от него. Какая сила действует на электрон, если ток в проводнике равен 5 А?

17. В области действия однородного магнитного поля с индукцией 0,1 Тл протон движется по дуге окружности радиусом 4 см. Какую разность потенциалов должен пройти этот протон в однородном электрическом поле против направления силовой линии, чтобы его скорость изменилась в 2 раза?

18. Пройдя ускоряющую разность потенциалов 104 В, α-частица влетела в область взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей. Напряжённость электрического поля 10 кВ/м, индукция магнитного поля 0,1 Тл. Найти удельный заряд α-частицы, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не изменила своей траектории.

19. Ускоренная разностью потенциалов 20 кВ α-частица налетает на неподвижный протон. После центрального, абсолютно упругого удара обе частицы попадают в область однородного магнитного поля, двигаясь перпендикулярно силовым линиям. Сравните силы, действующие на частицы со стороны магнитного поля.

20. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл заряженная частица движется по окружности радиусом 1 см. Определите промежуток времени, в течение которого должно действовать электрическое поле с напряжённостью 100 В/м, создаваемое параллельно магнитному полу, для того чтобы кинетическая энергия частицы возросла вдвое.

11. Электромагнитная индукция

1. Катушка, состоящая из десяти витков радиусом 1 см, находится в переменном магнитном поле, индукция которого изменяется по закону $B = 0{,}01\ t^2$. Найти среднее значение ЭДС индукции, возникающей в катушке между 2 и 5 секундой.

2. Плоская катушка, состоящая из 20 витков, вращается с постоянной частотой 5 об/с$^{-1}$ в постоянном магнитном поле с напряжённостью 10^4 А/м. Максимальное значение ЭДС индукции, возникающее в катушке, 0,3 мкВ. Найти диаметр витков катушки.

3. Самолёт с размахом крыльев 35 м изменяет при взлёте свою скорость движения от 180 км/ч до 720 км/ч. Найти среднее значение ЭДС индукции, возникающей в крыле. Напряжённость вертикальной составляющей магнитного поля Земли 20 А/м.

4. Виток из провода с радиусом 5 см находится в магнитном поле с индукцией 10^{-3} Тл. Плоскость витка перпендикулярна силовым линиям. Под действием внешних сил виток превращается в квадратную рамку за 10 мс. Найти ЭДС индукции, возникшую в проводнике в момент его деформации.

5. Сравнить максимальные значения ЭДС индукции, возникающие в квадратной рамке со стороной 2 см и прямоугольной рамке со сторонами 1 см и 3 см при их вращении с одинаковой частотой в одном и том же магнитном поле.

6. Медный стержень вращается в магнитном поле с частотой 10 об/с$^{-1}$. Сравнить ЭДС индукции, возникающие в стержне при вращении относительно осей, проходящих через середину стержня и один из его концов.

7. Человек, стоявший лицом на север на экваторе, поворачивается за 0,1 с на 90°. При этом проекция площади поперечного сечения человека на плоскость, перпендикулярную вектору индукции магнитного поля, изменяется от 0,35 м^2 до 0,1 м^2. Найти ЭДС индукции, возникающую в теле человека, выступающего в качестве проводника. Индукция магнитного поля Земли на экваторе, представленная только ее горизонтальной составляющей, составляет 32 А/м.

8. Прямой провод длиной 40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью 5 м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов между концами провода равна 0,6 В. Вычислить индукцию магнитного поля.

9. Проволочное кольцо радиусом 10 см находится в однородном магнитном поле, индукция которого перпендикулярна плоскости кольца и меняется с течением времени по закону $B = 0{,}5t$, Тл. Определить ЭДС индукции, возникающую в контуре.

10. Индукция магнитного поля внутри соленоида меняется по закону $B = 0{,}02\cos(\pi t)$, мТл. Найти ЭДС индукции, возникающей в соленоиде в момент времени 10 с. Соленоид имеет 100 витков и его радиус равен 4 см.

11. С какой минимальной угловой скоростью должна вращаться прямоугольная рамка относительно оси, совпадающей с одной из её сторон, чтобы в момент времени 1 с ЭДС индукции в рамке равнялась 0?

12. Квадратная рамка вращается в однородном магнитном поле относительно оси, перпендикулярной линиям напряжённости поля, с постоянной угловой скоростью 5 рад/с. Индукция поля равна 18 мкТл, длина стороны рамки – 10 см. Найти максимальное значение ЭДС индукции, возникающей в рамке.

13. Металлический стержень длиной 1 м вращается в однородном магнитном поле с постоянной скоростью относительно оси, проходящей через середину стержня. Напряжённость магнитного поля 100 А/м. Определить угловую скорость вращения стержня, если на его концах образуется разность потенциалов 0,6 мВ.

14. Винт пропеллера самолёта, летящего на экваторе строго на север, вращается с угловой скоростью 60 рад/с. Длина винта 2 м, напряжённость магнитного поля Земли 32 А/м. Определить разность потенциалов, возникающую на концах винта.

15. При смене направления ветра с северного на восточный металлический флюгер площадью 0,2 $м^2$ поворачивается относительно вертикальной оси за 0,5 с. Горизонтальная составляющая напряжённости магнитного поля в месте установки флюгера равна 20 А/м. Определить ЭДС индукции, возникающую во флюгере.

16. Обмотка электромагнита имеет 800 витков. Сечение сердечника – 15 $см^2$, индукция магнитного поля равна 0,1 Тл. Определить среднее значение ЭДС индукции, возникающей в обмотке при выключении тока, если сила тока уменьшается до 0 за 0,001 с.

17. Ток силой 5 А бежит по соленоиду, намотанному на немагнитный каркас. Индуктивность соленоида 3 мГн. Определить среднее значение ЭДС индукции, возникающей в нем при уменьшении тока до 1 А за 0,02 с.

18. Горизонтальные рельсы, расположенные на расстоянии 0,2 м друг от друга, находятся в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией 1 Тл. По рельсам движется перемычка, по которой бежит ток 0,5 А. Найти ЭДС индукции, возникающую в контуре.

19. Из провода длиной 30 см изготовлена квадратная рамка, которую поместили в магнитном поле с индукцией 10^{-3} Тл. Плоскость рамки перпендикулярна линиям индукции. Под действием внешних сил рамка превращается в круговой виток за 10 мс. Найти ЭДС индукции, возникшую в проводнике.

20. Определить максимальное значение ЭДС индукции, возникающей при вращении квадратной рамки со стороной 2 см в магнитном поле с напряженностью 1 кА/м. Рамка делает один полный оборот за 0,2 с.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чертов, А.Г. Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. – М.: Высшая школа, 1993.
2. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Лана, 2015.
3. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики: учебное пособие для втузов / Е.В. Фирганг. – М.: Высшая школа, 1987.
4. Трофимова, Т.И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 2015.
5. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.: Наука, 2015. – Т. 2.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Методические указания к решению задач

Составитель **Еремяшев** Вячеслав Евгеньевич

Техн. редактор *А.В. Миних*

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 08.09.2016. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 3,72. Тираж 80 экз. Заказ 335/691.

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ.
454080, г. Челябинск, проспект Ленина, 76.